第一篇　集合与不等式

第一节　集合及其运算

一、选择题：

1. (联考 2019. 1)设集合 $P=\{x \mid x^2-2>0\}$，$Q=\{1,2,3,4\}$，则 $P\cap Q$ 的非空子集的个数为(　　)

A．8　　B．7　　C．4　　D．3

2. (联考 2015.3)设集合 $A\subseteq\{1,2,3,4\}$。若 A 至少有 3 个元素，则这样的 A 共有(　　)

A．2 个　　B．4 个　　C．5 个　　D．7 个

3.(联考 2017．1)若集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $A\cup B$ (　　)

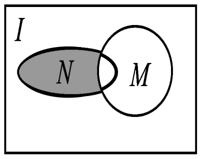
A．$\{2\}$　　B．$\{2,3\}$　　C．$\{3,4\}$　　D．$\{1,2,3,4\}$

4．设集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{x|x^2\le x\}$，则 $M\cap N=$(　　).

A．{0}　　B．{0,1}

C．{－1,1}　　D．{－1,0,1}

5．已知集合 $M=\{-4，-3，-2，-1，0,1,4\}$，$N=\{-3，-2，-1,0,1,2,3\}$，且 M，N 都是全集 I 的子集，则图中阴影部分表示的集合为(　　)



A．{－1，－2，－3}　　B．{0,1,2,3}

C．{2,3}　　D．{0，－1，－2，－3}

6．若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$M=\{2,3\}$，$N=\{1,4\}$，则集合{5,6}等于(　　)

A．$M\cup N$　　B．$M\cap N$

C．$(C_UM)\cup(C_UN)$　　D．$(C_UM)\cap(C_UN)$

二、填空题：

7．设集合 $A=\{-1,1,3\}$，$B=\{a+2，a^2+4\}$，$A\cap B=\{3\}$，则实数 a 的值为________.

8．若全集 $U=\{0,1,2,4,16\}$，集合 $A=\{0,2，a\}$，$C_UA=\{1,a^2\}$，则 a 的值为________.

9．已知集合 $A=\{x|1\le\log_2x\le2\}$，$B=[a，b]$，若 $A\subseteq B$，则实数 $a-b$ 的最大值是________.

10．若集合 $A=\{-1,3\}$，集合 $B=\{x|x^2+ax+b=0\}$，且 $A=B$，则 $a+b=$______.

三、解答题：

11．已知 p：$x^2-8x-20\le 0$，q：$x^2-2x+1-a^2\le 0(a>0)$．若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围．

12．集合 $A=\{x|x^2-3x-10\le 0\}$，$B=\{x|m+1\le x\le 2m-1\}$．

(1)当 $x\in\mathbf{Z}$ 时，求 A 的非空真子集的个数；

(2)当 $x\in\mathbf{R}$ 时，若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 m 的取值范围；

(3)若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值范围为．

第二节　充分条件和必要条件

一、选择题：

1．设 $x\in\mathbf{R}$，则“$1<x<2$”是“$x^2-4x+3<0$”的(　　)

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

2．$x=1$”是“$x^2-2x+1=0$”的(　　)

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

3．设 p：实数 x，y 满足 $x>1$ 且 $y>1$，q：实数 x，y 满足 $x+y>2$，则 p 是 q 的(　　)

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4．设 a，b 是实数，则“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的(　　)

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

5．方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负实根的充要条件是　(　　).

A．$0<a\le 1$　　B．$a<1$　　C．$a\le 1$　　D．$0<a\le 1$ 或 $a<0$

6．已知集合 $M=\{x|0<x<1\}$，集合 $N=\{x|-2<x<1\}$，那么“$a\in N$”是“$a\in M$”的(　　)

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：

7．“$x<2$”是“$1<x<2$”成立的________条件.

8．设 p：$2x-x^2>0$，q：$0<x<m$，若 p 是 q 成立的充分不必要条件，则 m 的取值范围是________.

9．$m<\frac{1}{4}$” 是 “一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解” 的______________条件.

10. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{1}{2}<2^x<8\right.\right\}$，$B=\{x|-1<x<m+1\}$，若 $x\in B$ 成立的一个充分不必要条件是 $x\in A$，则实数 m 的取值范围是________.

三、解答题：

11．已知集合 $A=\{x|x^2-4mx+2m+6=0\}$，$B=\{x|x<0\}$，若命题“$A\cap B=\varnothing$”是假命题，求实数 m 的取值范围．

12．已知集合 $A=\{y|y=x^2-\frac{3}{2}x+1，x\in[0，2]\}$，$B=\{x|x+m^2\geq 1\}$，若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，求实数 m 的取值范围．

第三节　不等关系与基本不等式

一、选择题：

1．若 $x\neq 2$ 或 $y\neq -1$，$M=x^2+y^2-4x+2y$，$N=-5$，则 M 与 N 的大小关系是(　　)

A．$M>N$　　B．$M<N$　　C．$M=N$　　D．$M\geq N$

2. 设 $a,b\in \mathbf{R}$,若 $b-|a|>0$,则下列不等式中正确的是（　　）

A． $a-b>0$　　B． $a+b>0$　　C． $a^2-b^2>0$　　D． $a^3+b^3<0$

3. 若 $a,b\in R$,且 $ab>0$,则下列不等式中,恒成立的是(　　)

A． $a+b\geq 2\sqrt{ab}$　　B． $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{2}{\sqrt{ab}}$　　C． $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2$　　D． $a^2+b^2>2ab$

4．若 $a>0$，$b>0$，且 $a+2b-2=0$，则 ab 的最大值为　(　　)

A.$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．4

5．函数 $y=\frac{x^2+2}{x-1}(x>1)$ 的最小值是（　　）

A．$2\sqrt{3}+2$　　B．$2\sqrt{3}-2$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．2

6．已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=2$，则 $y=\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值是(　　)

A．$\frac{7}{2}$　　B．4　　C．$\frac{9}{2}$　　D．5

二、填空题：

7．已知 $x>0$，$y>0$，$\lg x+\lg y=1$，则 $z=\frac{2}{x}+\frac{5}{y}$ 的最小值为________.

8．已知 $x>0$,则 $\frac{x}{x^2+4}$ 的最大值为________________.

9．若正数 a，b 满足 $ab=a+b+3$，则 ab 的取值范围是________.

10. 函数 $y=x^2+\frac{4}{x^2+1}$ 的最小值为____________.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=ax^2+bx$，且 $1\leq f(-1)\leq 2$，$2\leq f(1)\leq 4$.求 $f(-2)$的取值范围。

12．已知 $x>0$，$y>0$，且 $2x+5y=20$.

(1)求 $u=\lg x+\lg y$ 的最大值；

(2)求$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值。

第四节　一元二次不等式及其解法

一、选择题：

1．已知 $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & x\geq 0,\\ -x^2+3x, & x<0,\end{cases}$ 则不等式 $f(x)<f(4)$ 的解集为(　　)

A．$\{x|-3<x<0\}$　　B．$\{x|x<-3\}$　　C．$\{x|x<4\}$　　D．$\{x|x\geq 4\}$

2．不等式 $x^2+ax+4<0$ 的解集不是空集，则实数 a 的取值范围是 (　　)

A．$[-4,4]$　　B．$(-4,4)$

C．$(-\infty，-4]\cup[4，+\infty)$　　D．$(-\infty，-4)\cup(4，+\infty)$

3．设 $a>0$，不等式 $-c<ax+b<c$ 的解集是 $\{x|-2<x<1\}$，则 $a∶b∶c=$ (　　)

A．1∶2∶3　　B．2∶1∶3　　C．3∶1∶2　　D．3∶2∶1

4．不等式 $(x^2-2)\log_2 x>0$ 的解集是 (　　)

A．$(0,1)\cup(\sqrt{2}，+\infty)$　　B．$(-\sqrt{2}，1)\cup(\sqrt{2}，+\infty)$

C．$(\sqrt{2}，+\infty)$　　D．$(-\sqrt{2}，\sqrt{2})$

5. 设集合 $M=\{x|x^2-x-2<0\}$，$N=\{x|x^2+x-2<0\}$则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{x|x^2+x-2<0\}$　　B．$\{x|x^2-1<0\}$

C．$\{x|x^2-4<0\}$　　D．$\{x|x^2-x-2<0\}$

6. 设不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解为 $\{x|-2<x<3\}$，则 $a-b=$（　　）

A. 7　　B. 5　　C. -5　　D. -7

二、填空题：

7．关于 x 的不等式 $ax^2+2x+c>0$ 的解集为 $(-\frac{1}{3},\frac{1}{2})$，则不等式 $-cx^2+2x-a>0$ 的解集为_____.

8. 若不等式 $x^2-2ax+1\geq 0$ 对任意 $x\geq 1$ 恒成立,则实数 a 的取值范围为________.

9．不等式 $\lg(x^2-x-2)>1$ 的解集为____________.

10. 设 a 是实数，且对任何实数 x，不等式 $x-1<(x-a)^2+2a<a(x-1)^2+6$ 恒成立，则 a 的取值范围为_____________.

三、解答题：

11．已知不等式 $x^2+px+1>2x+p$.

(1)如果不等式当$|p|\le 2$ 时恒成立，求 x 的取值范围；

(2)如果不等式当 $2\le x\le 4$ 时恒成立，求 p 的取值范围.

12．已知不等式 $ax^2-3x+6>4$ 的解集为$\{x|x<1$ 或 $x>b\}$，

(1)求 a，b；

(2)解不等式 $ax^2-(ac+b)x+bc<0$.

第五节 分式不等式与绝对值不等式

一、选择题：

1．不等式$|3x-1|>4$的解集为（　　）

A. $\{x|x<-1\}$　　B. $\left\{x\middle| x>\frac{5}{3}\right\}$

C. $\left\{x\middle|-1<x<\frac{5}{3}\right\}$　　D. $\left\{x\middle|x<-1或x>\frac{5}{3}\right\}$

2. 设$a,b\in R$，则$|a+b|<|a|+|b|$的充要条件是（　　）

A. $ab<0$　　B. $ab>0$　　C. $ab\le 0$　　D. $ab\ge 0$

3．对于任意实数 a，b，已知$|a-b|\le1$，$|2a-1|\le1$，且恒有$|4a-3b+2|\le m$，则实数 m 的最小值为（　　）.

A. 4　　B. 6　　C.8　　D.10

4．若不等式$|x+1|+|x-3|\ge a+\frac{4}{a}$对任意的实数 x 恒成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty，0)$　　B.$(-\infty，0)\cup\{2\}$

C. $(-\infty，0]$　　D.$(-\infty，0]\cup\{2\}$

5．对于$x\in R$，不等式$|x+10|-|x-2|\ge 8$的解集为（　　）

A. $\{x|x\le -8\}$　　B. $\{x|-8\le x\le 0\}$

C. $\{x|x\ge 0\}$　　D. $\{x|x\le -8 或 x\ge 0\}$

6．设集合$M=\{x|x\ge 1\}$，$N=\left\{x\middle|\frac{x+1}{x-2}<0\right\}$则$M\cap N=$（　　）

A．$\{x|1\le x<2\}$　　B．$\{x|1<x<2\}$

C．$\{x|x>-1\}$　　D．$\{x|x\ge 1\}$

二、填空题：

7. 不等式$\frac{x}{1-2x}\ge 0$的解集为________.

8.不等式$|2x+1|<x+6$的解集为________.

9．已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-2|-a$，若对任意实数 x 都有 $f(x)>0$ 成立，则实数 a 的取值范围为________.

10.已知 $f(x)=|x|+|x-1|$，若 $g(x)=f(x)-a$ 的零点个数不为 0，则 a 的最小值为________.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=|x-2|-|x-5|$.

(1)证明：$-3\le f(x)\le 3$；

(2)求不等式 $f(x)\ge x^2-8x+15$ 的解集.

12．已知全集 $U=\mathrm{R}$，两非空集合 A,B，且 $A=\left\{x\left|\dfrac{x-2}{x-3a-1}<0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x-a^2-2}{x-a}<0\right.\right\}$.

(1)当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，求 $(C_U B)\cap A$；

(2)命题 p：$x\in A$，命题 q：$x\in B$，若 q 是 p 的必要条件，求实数 a 的取值范围.

第三篇　　函数与基本初等函数 I

第一节　函数及其表示

一、选择题：

1. 下列函数中，与函数 $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 定义域相同的函数为　　(　　)

A． $y=\frac{1}{\sin x}$　　B． $y=\frac{\ln x}{x}$　　C． $y=xe^x$　　D． $y=\frac{\sin x}{x}$

2．下列函数中，不满足 $f(2x)=2f(x)$ 的是　(　　)

A． $f(x)=|x|$　　B． $f(x)=x-|x|$　　C． $f(x)=x+1$　　D． $f(x)=-x$

3．已知 $f(\sqrt{x})=x+1\ (x\geq 0)$，则函数 $f(x)$ 的解析式为(　　)

A． $f(x)=x^2+1\ (x\geq 0)$　　B． $f(x)=x^2+1\ (x\in R)$

C． $f(x)=x^2-1\ (x\geq 0)$　　D． $f(x)=x^2-1\ (x\in R)$

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\lg x, x>0\\ x+3, x\leq 0\end{cases}$，则 $f(a)+f(1)=0$，则实数 a 的值等于　(　　)

A．－3　　B．－1 或 3　　C．1　　D．－3 或 1

5. 函数 $f(x)=\log_2(x^2+2x-3)$ 的定义域是(　　)

A.[－3，1]　　B.(－3，1)

C.(－∞，－3]∪[1，＋∞)　　D.(－∞，－3)∪(1，＋∞)

6. 设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x}, x\geq 0,\\ 2^x, x<0.\end{cases}$ 则 $f(f(-2))=$(　　)

A.－1　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

二、填空题：

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(\frac{1}{2})^x, x\geq 4\\ f(x+1), x<4\end{cases}$，则 $f(1+\log_2 5)$ 的值为__________.

8．函数 $y=\frac{\sqrt{-x^2-3x+4}}{x}$ 的定义域为________.

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, & x\leq 1,\\ -x, & x>1.\end{cases}$ 若 $f(x)=2$，则 $x=$________.

10. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{3x-2}}+\ln(2x-1)$ 的定义域是________.

三、解答题：

11． 二次函数 $f(x)$满足 $f(x+1)-f(x)=2x$，且 $f(0)=1$.

(1) 求 $f(x)$的解析式；

(2) 在区间$[-1,1]$上，函数 $y=f(x)$的图象恒在直线 $y=2x+m$ 的上方，试确定实数 m 的取值范围。

12．已知 $f(\sqrt{x}+1)=x-4\sqrt{x}+3$，$(x\geq 0)$.

(1)求函数 $y=f(x)$ 的解析式，并求定义域；

(2)若 $g(x)=f(x)+f(4-x)$，求函数 $y=g(x)$ 的值域.

第二节　函数的单调性与最值

一、选择题：

1．下列函数中，定义域是 **R** 且为增函数的是(　　)

A.$y=e^{-x}$　　B.$y=x^3$　　C.$y=\ln x$　　D.$y=|x|$

2. 下列函数中，既是偶函数又在(0，+∞)内单调递减的函数是 (　　)

A．$y=x^2$　　B．$y=|x|+1$　　C．$y=-\lg|x|$　　D．$y=2^{|x|}$

3. 对于任意两个实数 a 、b ,定义运算“*”如下: $a*b=\begin{cases} a & a\le b \\ b & a>b \end{cases}$,则函数 $f(x)=x^2*[(6-x)*(2x+15)]$ 的最大值为 （　　）

A．25　　B．16　　C．9　　D．4

4. 函数 $f(x)=\log_{\frac{\pi}{4}}(3+2x-x^2)$ 的单调递增区间为（　　）

A．$(1,3)$　　B．$(-1,1)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(-\infty,1)$

5. 函数 $y=f(x)$ 的值域是 $[-2,2]$,则函数 $y=f(x+1)$ 的值域为　（　　）

A．$[-1,3]$　　B．$[-3,1]$　　C．$[-2,2]$　　D．$[-1,1]$

6. 函数 $y=\dfrac{2x}{2+x^2}$ 的值域是区间（　　）

A. $[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　B. $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$　　C. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　D. $[-2,2]$

二、填空题：

7. 已知 $g(x)=1-2x$，$f[g(x)]=\dfrac{1-x^2}{x^2}(x\neq 0)$，则 $f(\frac{1}{2})=$_____________.

8. 设函数 $y=x^2-2x$，$x\in[-2，a]$，若函数的最小值为 0，则 $a=$________.

9. 奇函数 $f(x)$ ($x\in$**R**)满足：$f(-4)=0$，且在区间[0,3]与[3，+∞)上分别递减和递增， 则不等式 $f(x)<0$ 的解集为________.

10. 若函数 $f(x)=|2x+a|$ 的单调递增区间是 $[3,+\infty)$,则 $a=$________.

三、解答题：

11．设函数 $f(x)$对任意的 a，$b\in\mathbf{R}$，都有 $f(a+b)=f(a)+f(b)-1$，且当 $x>0$ 时，$f(x)>1$.

(1) 求证：$f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的增函数；

(2) 若 $f(4)=5$，解不等式 $f(3m^2-m-2)<3$.

12．已知函数 $f(x)=x^2+\dfrac{a}{x}(x\neq 0，a\in\mathbf{R})$.

(1) 判断函数 $f(x)$的奇偶性；

(2) 若 $f(x)$在区间$[2，+\infty)$上是增函数，求实数 a 的取值范围。

第三节 函数的奇偶性与周期性

一、选择题：

1．**R** 上的奇函数 $f(x)$满足 $f(x+2)=f(x)$，又当 $x\in(0,1)$时，$f(x)=2^x-1$，则 $f(\log_{\frac{1}{2}}6)=$　　(　　)

A．-5　　B．-6　　C．$-\frac{5}{6}$　　D．$-\frac{1}{2}$

2．设 $f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\le 0$ 时，$f(x)=2x^2-x$，则 $f(1)$等于　(　　)

A．-3　　B．-1　　C．1　　D．3

3. 已知 $f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，且 $f(-1)+g(1)=2$，$f(1)+g(-1)=4$，则 $g(1)=$(　　)

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

4. 下列函数中，既是偶函数又在区间(0，$+\infty$)上单调递减的是(　　)

A. $y=\frac{1}{x}$　　B.$y=e^{-x}$　　C.$y=-x^2+1$　　D.$y=\lg|x|$

5 .若函数 $f(x)=\lg(\sqrt{2x^2+1}+ax)$ 是奇函数，则 $a=$（　　）

A. 2　　B. ± 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\pm\sqrt{2}$

6. 设函数 $f(x)=2^x-\frac{a}{2^x}$ 是偶函数，则常数 $a=$（　　）

A. 2　　B. -2　　C. 1　　D.-1

二、填空题：

7. 若偶函数 $y=f(x)$的图象关于直线 $x=2$ 对称，且 $f(3)=3$，则 $f(-1)=$________.

8．若函数 $f(x)=x^2-|x+a|$为偶函数，则实数 $a=$________.

9．已知 $y=f(x)+x^2$ 是奇函数，且 $f(1)=1$.若 $g(x)=f(x)+2$，则 $g(-1)=$________.

10. 已知函数 $f(x)$为 **R** 上的奇函数，当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x(x+1)$．若 $f(a)=-2$，则实数 $a=$________.

三、解答题：

11．已知 $f(x)$是定义在 **R** 上的不恒为零的函数，且对任意 x，y，$f(x)$都满足 $f(xy)=yf(x)+xf(y)$.

(1)求 $f(1)$，$f(-1)$的值；

(2)判断函数 $f(x)$的奇偶性。

12．设定义在$[-2,2]$上的偶函数 $f(x)$在区间$[-2,0]$上单调递减，若 $f(1-m)<f(m)$，求实数 m 的取值范围。

第四节 幂函数与二次函数

一、选择题：

1．下列函数中，在其定义域内既是奇函数又是减函数的是(　　)

A．$y=\frac{1}{x}(x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq0)$　　B．$y=(\frac{1}{2})^x(x\in R)$

C．$y=x(x\in\mathbf{R})$　　D．$y=-x^3(x\in\mathbf{R})$

2. 幂函数 $y=f(x)$ 的图象经过点$(4,\frac{1}{2})$,则 $f(\frac{1}{4})$ 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．已知 a，b，$c\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=ax^2+bx+c$.若 $f(0)=f(4)>f(1)$，则(　　)

A.$a>0$，$4a+b=0$　　B.$a<0$，$4a+b=0$

C.$a>0$，$2a+b=0$　　D.$a<0$，$2a+b=0$

4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x, & x>0,\\ x+1, & x\le0,\end{cases}$ 若 $f(a)+f(1)=0$，则实数 a 的值等于(　　)

A．-3　　B．-1　　C．1　　D．3

5. 已知幂函数 $y=x^{-m^2+3m+4}$ 在区间$(0，+\infty)$上为增函数，则 m 的取值范围为(　　)

A.$(1,-4)$　　B.$(-1,4)$

C.$(-\infty,1)$或$(-4,+\infty)$　　D.$(-\infty,-1)$或$(4,+\infty)$

6. 若函数 $f(x)=4ax-x^2$ 在区间$[1,3]$上是减函数，则 a 的取值范围是（　　）

A. $[-\frac{1}{2},+\infty)$　　B. $(-\infty,\frac{1}{2}]$

C. $(-\infty,-\frac{3}{2}]$　　D. $[\frac{3}{2},+\infty)$

二、填空题：

7. 若 $f(x)$是幂函数，且满足 $\frac{f(4)}{f(2)}=3$ 则 $f(\frac{1}{2})=$________.

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x, & x\ge0,\\ 4x-x^2, & x<0.\end{cases}$ 若 $f(2-a^2)>f(a)$，则实数 a 的取值范围是_________.

9. 函数 $f(x)=|4x-x^2|-a$ 恰有三个零点，则 $a=$__________.

10. 已知 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-4x$，则不等式 $f(x)>x$ 的解集为________.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=x^2-2ax+5(a>1)$．

(1)若 $f(x)$的定义域和值域均是$[1，a]$，求实数 a 的值；

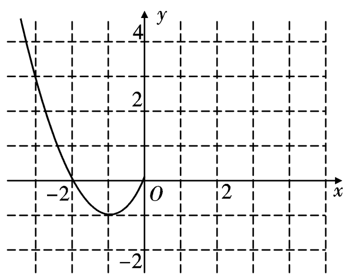
(2)若 $f(x)$在区间$(-\infty，2]$上是减函数，且对任意的 x_1，$x_2\in[1，a+1]$，总有$|f(x_1)-f(x_2)|\leq 4$，求实数 a 的取值范围。

12. 已知函数 $f(x)$是定义在 **R** 上的偶函数，且当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$.现已画出函数 $f(x)$在 y 轴左侧的图象，如图所示，请根据图象：

(1)写出函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$的增区间；

(2)写出函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$的解析式；

(3)若函数 $g(x)=f(x)-2ax+2(x\in[1，2])$，求函数 $g(x)$的最小值.



第五节 指数与指数函数

一、选择题：

1. 若 $a>0$，且 m,n 为整数，则下列各式中正确的是（　　）

A. $a^m \div a^n = a^{\frac{m}{n}}$　　B. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$　　C. $\left(a^m\right)^n = a^{m+n}$　　D. $1 \div a^n = a^{0-n}$

2．若点$(a,9)$在函数 $y=3^x$ 的图象上，则 $\tan\dfrac{a\pi}{6}=$ (　　)

A．0　　B.$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．1　　D.$\sqrt{3}$

3．已知 $a=2^{1.2}$，$b=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-0.8}$，$c=2\log_5 2$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A．$c<b<a$　　B．$c<a<b$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

4．不论 a 为何值时，函数 $y=(a-1)\cdot 2^x-\dfrac{a}{2}$ 恒过定点，则这个定点的坐标是 (　　)

A. $(1,-\dfrac{1}{2})$　　B. $(1,\dfrac{1}{2})$　　C. $(-1,-\dfrac{1}{2})$　　D. $(-1,\dfrac{1}{2})$

5. 下列函数中，满足“$f(x+y)=f(x)f(y)$”的单调递增函数是(　　)

A. $f(x)=x^3$　　B. $f(x)=3^x$　　C. $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$　　D. $f(x)=(\dfrac{1}{2})^x$

6. 设 $a=2^{2.5},b=2.5^0,c=(\dfrac{1}{2})^{2.5}$,则 a,b,c 的大小关系是（　　）

A．$a>c>b$　　B．$c>a>b$　　C．$b>a>c$　　D．$a>b>c$

二、填空题：

7. 若函数 $f(x)=a^x-1(a>0，a\neq 1)$的定义域和值域都是$[0,2]$，则实数 a 等于________.

8. 函数 $y=(\dfrac{1}{2})^{2x-x^2}$ 的值域是________.

9. 方程 $4^x-2^{x+1}-3=0$ 的解是_________.

10. 若直线 $y=2a$ 与函数 $y=|a^x-1|$ $(a>0$且$a\neq 1)$ 的图像有两个公共点,则 a 的范围是_____.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；

(2) 求证 $f(x)$ 在 **R** 上为增函数。

12．已知定义域为 **R** 的函数 $f(x)=\dfrac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数。

(1) 求 a，b 的值；

(2) 解关于 t 的不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-1)<0$.

第六节 对数与对数函数

一、选择题：

1．已知 $a=\log_2 3.4$，$b=\log_4 3.6$，$c=\log_{\frac{1}{3}} 0.3$ 则（　　）

A．$a>b>c$　　　B．$b>a>c$　　　C．$a>c>b$　　　D．$c>a>b$

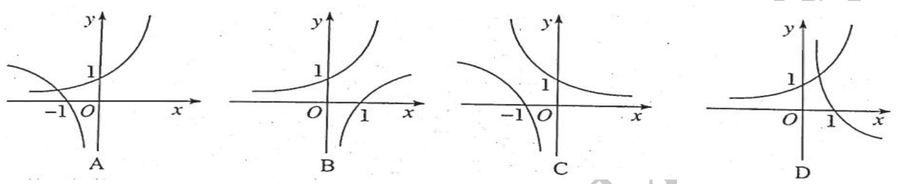
2．若函数 $y=\log_a(x^2-ax+1)$ 有最小值，则 a 的取值范围是(　　)

A．$0<a<1$　　　B．$0<a<2$，$a\neq 1$　　　C．$1<a<2$　　　D．$a\geq 2$

3．若函数 $f(x)=\log_a(x^2-ax+3)(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 满足对任意的 x_1，x_2，当 $x_1<x_2\leq \frac{a}{2}$ 时，$f(x_1)-f(x_2)>0$，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$(0,1)\cup(1,3)$　　　B．$(1,3)$　　　C．$(0,1)\cup(1,2\sqrt{3})$　　　D．$(1,2\sqrt{3})$

4．已知 $a>0$，$b>0$，且 $ab=1$，则函数 $f(x)=a^x$ 与函数 $g(x)=\log_b x$ 的图象可能是（　　）



5．已知实数 x、y 满足 $\lg(x-y)+\lg(x+2y)=\lg 2+\lg x+\lg y$，则 $\frac{x}{y}=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　　B．-1　　　C．2　　　D．-1 或 2

6．设函数 $f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$，则 $f(x)$ 是(　　)

A.奇函数，且在(0，1)上是增函数　　　B.奇函数，且在(0，1)上是减函数

C.偶函数，且在(0，1)上是增函数　　　D.偶函数，且在(0，1)上是减函数

二、填空题：

7．已知函数 $f(x)=\lg x$.若 $f(ab)=1$，则 $f(a^2)+f(b^2)=$________.

8．若函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{4}\right)^x, x\in[-1,0)\\ 4^x, x\in[0,1]\end{cases}$，则 $f(\log_4 3)=$________.

9.已知 $4^a=2$，$\lg x=a$，则 $x=$________.

10．对任意非零实数 a，b 若定义 $a*b=\begin{cases}\frac{a}{b},\ a>b\\ \frac{b}{a},\ a\leq b\end{cases}$，则 $(\log_{\frac{1}{2}} 8)*(\frac{1}{3})^{-2}=$________.

三、解答题：

11．已知 $f(x)=\lg(x+1)$.

(1)若 $0<f(1-2x)-f(x)<1$，求 x 的取值范围；

(2)若 $g(x)$是以 2 为周期的偶函数，且当 $0\le x\le 1$ 时，有 $g(x)=f(x)$，求函数 $y=g(x)(x\in[1，2])$的反函数.

12. 已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{kx-1}{x-1}(k\in\mathbf{R}$ 且 $k>0)$.

(1) 求函数 $f(x)$的定义域；

(2) 若函数 $f(x)$在$[10，+\infty)$上是单调增函数，求 k 的取值范围。

第七节 函数的图象、函数与方程

一、选择题：

1．函数 $f(x)=\sin x-x$ 零点的个数是　（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．设 $f(x)=e^x+x-4$，则函数 $f(x)$的零点位于区间　（　　）

A．$(-1,0)$　　B．$(0,1)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,3)$

3. 已知 x_0 是 $f(x)=(\frac{1}{2})^x+\frac{1}{x}$ 的一个零点, $x_1\in(-\infty,x_0), x_2\in(x_0,0)$,则（　　）

A． $f(x_1)<0, f(x_2)<0$　　B． $f(x_1)>0, f(x_2)>0$

C． $f(x_1)>0, f(x_2)<0$　　D． $f(x_1)<0, f(x_2)>0$

4. 若函数 $y=e^x-1$ 的图像按向量 $\vec{a}=(1,1)$ 平移后，与 $f(x)$ 的反函数的图像重合，则函数

$f(x)=$（　　）

A. $\ln x+1$　　B. $\ln(x+1)$　　C. $\ln x-1$　　D. $\ln(x-1)$

5.设函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=2^x$ 的图象关于直线 y 轴对称，则（　　）

A. $f(x)=2^{-x}$　　B. $f(x)=-2^x$　　C. $f(x)=-2^{-x}$　　D. $f(x)=\log_2 x$

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}x, & x\le 0\\ x^2-x, & x>0\end{cases}$,若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有三个不同的零点,则实数 m 的范围为（　　）

A． $[-\frac{1}{2},1]$　　B． $[-\frac{1}{2},1)$　　C． $(-\frac{1}{4},0)$　　D． $(-\frac{1}{4},0]$

二、填空题：

7.若定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$,且当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=x$,则方程　$f(x)=\log_3|x|$ 的解个数是________.

8．函数 $f(x)=2^x-\frac{2}{x}-a$ 的一个零点在区间(1,2)内，则实数 a 的取值范围是________.

9.设函数 $f(x)=|x+2|+|x-a|$的图象关于直线 $x=2$ 对称，则 a 的值为________.

10．若函数 $f(x)=a^x-x-a(a>0$，且 $a\neq1)$有两个零点，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)$的图象与函数 $h(x)=x+\frac{1}{x}+2$ 的图象关于点 $A(0,1)$对称．

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)若 $g(x)=f(x)+\frac{a}{x}$，$g(x)$在区间(0,2]上的值不小于 6，求实数 a 的取值范围。

12．设函数 $f(x)=\left|1-\frac{1}{x}\right|$ $(x>0)$．

(1) 作出函数 $f(x)$的图象；

(2) 当 $0<a<b$，且 $f(a)=f(b)$时，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的值；

(3) 若方程 $f(x)=m$ 有两个不相等的正根，求 m 的取值范围。

第三篇　导数及其应用

第一节　导数的概念及运算

一、选择题：

1. 已知曲线 $y=x^4+ax^2+1$ 在点 $\left(-1,\ a+2\right)$ 处切线的斜率为 8,则 a=（　　）

A．9　　　B．6　　　C．-9　　　D．-6

2. 函数 $f(x)=3\ln x+x^2-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 在点 $(\sqrt{3},f(\sqrt{3}))$ 处的切线斜率是(　　)

A. $-2\sqrt{3}$　　　B. $\sqrt{3}$　　　C. $2\sqrt{3}$　　　D. $4\sqrt{3}$

3. 已知函数 $f(x)=x^3+2ax^2+\dfrac{1}{a}x\,(a>0)$，则 $f(2)$的最小值为(　　).

A．$12\cdot\sqrt[3]{2}$　　　B．$12+8a+\dfrac{1}{a}$　　　C．$8+8a+\dfrac{2}{a}$　　　D．16

4．已知 $f(x)=x\ln x$，若 $f'(x_0)=2$，则 $x_0=$(　　).

A．e^2　　　B．e　　　C. $\dfrac{\ln 2}{2}$　　　D．$\ln 2$

5. (联考 2012.2)函数 $f(x)=2^x+\ln(2x+1)$ 在 $x=0$ 处的导数 $f'(0)=$(　　).

A. $2+\ln2$　　　B. $1+\ln2$　　　C. 2　　　D. 3

6. 已知函数 $f(x)=ax\ln x$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.若 $f'(1)=3$，则 a 的值为（　　）.

A. 3　　　B. 2　　　C. 1　　　D. 0

二、填空题：

7．曲线 $y=x(3\ln x+1)$在点(1,1)处的切线方程为________.

8．已知曲线 $y=x^3+x-2$ 在其上一点 $P(x_0,y_0)$ $(y_0<0)$ 处的切线平行于直线 $y=4x-1$，则 $y_0=$________.

9. 若函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线为 l,则直线 l 与 y 轴的交点的纵坐标为_____.

10.　(联考 2013.16)曲线 $y=x\cos x$ 在点 (0,0) 处的切线方程为___________.

三、解答题：

11．求下列函数的导数：

(1) $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；　　　　(2) $y=\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$．

12．已知函数 $f(x)=x^3+x-16$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$在点(2，－6)处的切线的方程；

(2) 直线 l 为曲线 $y=f(x)$的切线，且经过原点，求直线 l 的方程；

(3) 如果曲线 $y=f(x)$的某一切线与直线 $y=-\dfrac{1}{4}x+3$ 垂直，求切线的方程。

第二节 利用导数解决函数的单调性问题

一、选择题：

1．若函数 $h(x)=2x-\frac{k}{x}+\frac{k}{3}$在(1，+∞)上是增函数，则实数 k 的取值范围是 (　　)

A．[－2，+∞)　　B．[2，+∞)　　C．(－∞，－2]　　D．(－∞，2]

2．函数 $f(x)=(4-x)e^x$ 的单调递减区间是 (　　)

A．(3，+∞)　　B．(－∞，3)　　C．(4，+∞)　　D．(－∞，4)

3. 若函数 $f(x)=x^3-tx^2+3x$ 在区间[1，4]上单调递减，则实数 t 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty, \frac{51}{8}]$　　B.(－∞，3]　　C. $[\frac{51}{8}, +\infty)$　　D.[3，+∞)

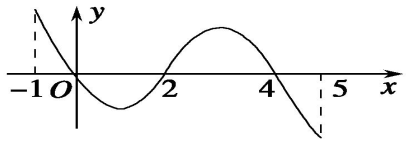
4. 设 $f(x)=x-\sin x$，则 $f(x)$(　　)

A.既是奇函数又是减函数　　B.既是奇函数又是增函数

C.是有零点的减函数　　D.是没有零点的奇函数

5．若函数 $f(x)$的定义域为[－1,5]，部分对应值如下表．$f(x)$的导函数 $y=f'(x)$的图象如图所示．

x	-1	0	4	5
$f(x)$	1	2	2	1



下列关于函数 $f(x)$的命题：

①函数 $y=f(x)$是周期函数；　　②函数 $f(x)$在[0,2]上是减函数；

③如果当 $x\in[-1，t]$时，$f(x)$的最大值是 2，那么 t 的最大值为 4；

④当 $1<a<2$ 时，函数 $y=f(x)-a$ 有 4 个零点．

其中真命题的个数有(　　)．

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

6．已知函数 $f(x)=x+\frac{1}{ax}$ 在(－∞，－1)上单调递增，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．[1，+∞)　　B．(－∞，0)∪(0,1]

C．(0,1]　　D．(－∞，0)∪[1，+∞)

二、填空题：

7．已知 $f(x)=x^3-ax$ 在[1，+∞)上是增函数，则 a 的最大值是________．

8．函数 $f(x)=x-\ln x$ 的单调递增区间为________．

9. 若函数 $f(x)=x^2+ax+\frac{1}{x}$ 在 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$是增函数,则 a 的取值范围是_______．

10.若函数 $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ 的单调减区间为(－1,3)，则 $b+c=$________．

三、解答题：

11.已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{a}{2}x^2$.

(1)求函数 $f(x)$的单调区间；

(2)设函数 $g(x)=f(x)+2x$，且 $g(x)$在区间$(-2，-1)$上存在单调递减区间，求实数 a 的取值范围．

12．已知函数 $f(x)=x^3+ax^2-x+c$，且 $a=f'(\frac{2}{3})$

(1) 求 a 的值；

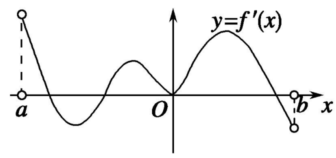
(2) 求函数 $f(x)$的单调区间；

(3) 设函数 $g(x)=(f(x)-x^3)\cdot e^x$，若函数 $g(x)$在 $x\in[-3，2]$上单调递增，求实数 c 的取值范围。

第三节 利用导数解决函数的极值与最值问题

一、选择题：

1．函数 $f(x)$的定义域为开区间$(a，b)$，导函数 $f'(x)$在$(a，b)$内的图象如图所示，则函数 $f(x)$在开区间$(a，b)$内有极小值点(　　)



A．1 个　　　　B．2 个

C．3 个　　　　D．4 个

2．若函数 $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$，则 $f(x)$(　　)

A．最大值为 1，最小值 $\frac{1}{2}$　　　　B．最大值为 1，无最小值

C．最小值为 $\frac{1}{2}$,无最大值　　　　D．既无最大值，又无最小值

3. 设函数 $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$ 则（　　）

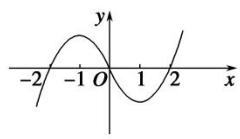
A． $x=\frac{1}{2}$ 为 $f(x)$的极大值点　　　　B． $x=\frac{1}{2}$ 为 $f(x)$的极小值点

C．$x=2$ 为 $f(x)$的极大值点　　　　D．$x=2$ 为 $f(x)$ 的极小值点

4. 若函数 $f(x)=x^3-3x$ 在$(a，6-a^2]$上有极小值，则实数 a 的取值范围是(　　)

A.$(-\sqrt{5}，1)$　　B.$[-\sqrt{5}，1)$　　C.$[-2，1)$　　D.$(-2，1)$

5．设 $f(x)$是一个三次函数，$f'(x)$为其导函数，如图所示的是 $y=x\cdot f'(x)$的图象的一部分，则 $f(x)$的极大值与极小值分别是(　　).



A．$f(1)$与 $f(-1)$　　　　B．$f(-1)$与 $f(1)$

C．$f(-2)$与 $f(2)$　　　　D．$f(2)$与 $f(-2)$

6. 若 $a>0,b>0$,且函数 $f(x)=4x^3-ax^2-2bx-2$ 在 $x=1$ 处有极值,则 ab 的最大值（　　）

A．2　　　　B．3　　　　C．6　　　　D．9

二、填空题：

7．已知函数 $y=f(x)=x^3+3ax^2+3bx+c$ 在 $x=2$ 处有极值，其图象在 $x=1$ 处的切线平行于直线 $6x+2y+5=0$，则 $f(x)$极大值与极小值之差为________.

8. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+1$ 有极大值和极小值，则实数 a 的取值范围是_______.

9．设函数 $f(x)=\frac{a}{3}x^3+bx^2+cx+d(a>0)$，且方程 $f'(x)-9x=0$ 的两根分别为 1,4．若 $f(x)$在$(-\infty，+\infty)$内无极值点，则 a 的取值范围为______________.

10．已知函数 $f(x)=e^x-2x+a$ 有零点，则 a 的取值范围是______________.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=(x-k)e^x$.

(1)求 $f(x)$的单调区间；

(2)求 $f(x)$在区间[0,1]上的最小值。

12．已知函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{(x-1)^2}{2}$

(1)求函数 $f(x)$的单调递增区间；

(2)证明：当 $x>1$ 时，$f(x)<x-1$；

(3)确定实数 k 的所有可能取值，使得存在 $x_0>1$，当 $x\in(1，x_0)$时，恒有 $f(x)>k(x-1)$.

第四篇　三角函数、解三角形

第一节　任意角、弧度制及任意角的三角函数

一、选择题：

1. 设 $a=\sin210°$，$b=\cos210°$，$c=\tan210°$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$　　C. $c<b<a$　　D. $b<a<c$

2. 若 $\cos\alpha>0$ 且 $\tan\alpha<0$，则是 α（　　）

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角

C. 第三象限的角　　D. 第四象限的角

3．若一扇形的圆心角为72°，半径为20 cm，则扇形的面积为(　　)

A. $40\pi\ cm^2$　　B. $80\pi\ cm^2$　　C. $40cm^2$　　D. $80cm^2$

4. 已知角α的终边过点 $P(-8m，-6\sin 30°)$，且 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，则 m 的值为(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 设α是第二象限角，$P(x,4)$为其终边上的一点，且 $\cos\alpha=\frac{1}{5}x$，则 $\tan\alpha=$(　　)

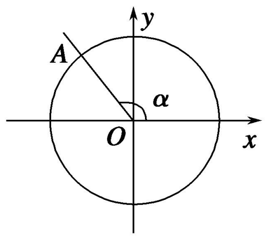
A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{4}{3}$

6．已知角α终边上一点 P 的坐标是$(2\sin 2，-2\cos 2)$，则 $\sin\alpha$等于(　　)

A．$\sin 2$　　B．$-\sin 2$　　C．$\cos 2$　　D．$-\cos 2$

二、填空题：

7. 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，角α的终边与单位圆交于点 A，点 A 的纵坐标为 $\frac{4}{5}$，则 $\cos\alpha=$________.



8. 已知点 $P(\tan\alpha，\cos\alpha)$在第三象限，则角α的终边在第________象限.

9. 设α为第二象限角，其终边上一点为 $P(m，\sqrt{5})$，且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}m$，则 $\sin\alpha$的值为________.

10．已知角 $\alpha=2k\pi-\frac{\pi}{5}(k\in Z)$，若角$\theta$与角$\alpha$的终边相同，则 $y=\frac{\sin\theta}{|\sin\theta|}+\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|}+\frac{\tan\theta}{|\tan\theta|}$ 的值为________.

三、解答题：

11．已知角α的终边过点$P(-3\cos\theta，4\cos\theta)$，其中$\theta\in(\frac{\pi}{2}，\pi)$，求$\alpha$的三角函数值。

12．若$\theta\in(0°，360°)$且终边与660°角的终边关于x轴对称，点$P(x，y)$在θ角的终边上(不是原点)，求$\frac{xy}{x^2+y^2}$的值。

第二节　同角三角函数的基本关系与诱导公式

一、选择题：

1．$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，则 cos(−α)的值为(　　)

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{3}{5}$

2．已知 tan θ＝2，则 $\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta=$(　　)

A．$-\frac{4}{3}$　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$-\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

3．已知 $f(\cos x)=\cos 3x$，则 $f(\sin 30°)$ 的值为(　　)

A. 0　　B. 1　　C．－1　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=$(　　)

A．$\frac{5}{16}$　　B．$\frac{11}{16}$　　C．$\frac{5}{8}$　　D．$-\frac{5}{16}$

5．已知α是第二象限角，$\tan\alpha=-\frac{8}{15}$，则 $\sin\alpha=$(　　)

A.$\frac{1}{8}$　　B．$-\frac{1}{8}$　　C $\frac{8}{17}$　　D．$-\frac{8}{17}$

6．$\sqrt{1+2\sin(\pi-3)\cdot\cos(\pi-3)}$ 简的结果是(　　)

A．sin 3－cos 3　　B．cos 3－sin 3

C．±(sin 3－cos 3)　　D．以上都不对

二、填空题：

7．若 sin(π－α)＝$\log_8\frac{1}{4}$，且 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，则 cos(2π－α)的值是________.

8．设 θ 为第二象限角，若 $\cot\theta=-\frac{1}{3}$，则 $\sin\theta-\cos\theta=$________.

9.已知 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{12})=\frac{1}{3}$，则 $\cos(\alpha+\frac{7\pi}{12})$ 的值为________.

10．若 $\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos\left(\frac{5\pi}{6}+\theta\right)-\sin^2\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=$____________.

三、解答题：

11．已知 $f(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\tan(-\alpha+\pi)}{-\tan(-\alpha-\pi)\sin(-\pi-\alpha)}$.

(1)化简 $f(\alpha)$；

(2)若α是第三象限角，且 $\cos(\alpha-\dfrac{3\pi}{2})=\dfrac{1}{5}$，求 $f(\alpha)$的值。

12．已知 $\sin(3\pi+\alpha)=2\sin(\alpha+\dfrac{3\pi}{2})$，求下列各式的值：

(1) $\dfrac{\sin\alpha-4\cos\alpha}{5\sin\alpha+2\cos\alpha}$；

(2) $\sin^2\alpha+\sin 2\alpha$.

第三节　三角恒等变换

一、选择题：

1. $\dfrac{\sin 20°\cos 20°}{\cos 50°}=(\quad)$

A. 2　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

2．若 $\tan\alpha=3$，则$\dfrac{\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}$的值等于$(\quad)$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

3．若$\dfrac{1+\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}=\dfrac{1}{2}$，则 $\tan 2\alpha$等于$(\quad)$

A. $\dfrac{5}{4}$　　B. $-\dfrac{5}{4}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$

4. 设$\sin(\pi-\theta)=\dfrac{1}{3}$,则$\cos 2\theta=(\quad)$

A. $\pm\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$　　B. $\dfrac{7}{9}$　　C. $-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$　　D. $-\dfrac{7}{9}$

5．已知$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{5}{13}$，$\alpha$，$\beta$都是锐角，则 $\cos\beta=(\quad)$

A. $-\dfrac{63}{65}$　　B. $-\dfrac{33}{65}$　　C. $\dfrac{33}{65}$　　D. $\dfrac{63}{65}$

6．已知$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{3}$，则$\cos\left(2\alpha-\dfrac{2\pi}{3}\right)$的值是$(\quad)$

A. $\dfrac{7}{9}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{7}{9}$

二、填空题：

7. 设$\sin 2\theta=\dfrac{2}{3}$，则$\tan\theta+\cot\theta$的值为_________.

8. 已知$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{1}{3}$，$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，则$\cos\alpha=$________.

9. 设θ为第二象限角，若$\tan(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{1}{2}$，则$\sin\theta+\cos\theta=$________.

10. 若α是锐角,且$\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{3}$,则$\cos\alpha$的值是_________.

三、解答题：

11．已知α为锐角，且 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{4}{5}$，求 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{12})$ 的值。

12．已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$，$\sin(\beta-\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$，$\beta\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$.

(1)求 $\sin 2\alpha$和 $\tan 2\alpha$的值；

(2)求 $\cos(\alpha+2\beta)$的值。

第四节　三角函数的图象与性质

一、选择题：

1. 函数 $y=|\sin 2x|$ 的最小正周期为(　　)

A. 2π　　B. π　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

2. 函数 $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ 的最小值是(　　)

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. $y=\sin(x-\frac{\pi}{4})$ 的图象的一个对称中心是(　　)

A. $(-\pi，0)$　　B. $(-\frac{3\pi}{4},0)$　　C. $(\frac{3\pi}{2},0)$　　D. $(\frac{\pi}{2},0)$

4. 函数 $y=\sqrt{\cos x-\frac{1}{2}}$ 的定义域为(　　)

A. $[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}]$　　B. $[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{3}]$，$k\in\mathbf{Z}$

C. $[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{\pi}{3}]$，$k\in\mathbf{Z}$　　D. **R**

5.(联考2014.5)函数 $y=4\sin x+\cos 2x$ 的值域为（　　）

A. $[-5,4]$　　B. $[3,7]$　　C. $[-5,3]$　　D. $[-1,3]$

6.(联考2014.6) 使函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ 为偶函数的最小正数 φ=(　　)

A. π　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{8}$

二、填空题：

7. 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$既是偶函数又是周期函数，若 $f(x)$的最小正周期是π，且当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，$f(x)=\sin x$，则 $f(\frac{5\pi}{3})$ 的值为________.

8. 若函数 $y=2\tan\omega x$ 的最小正周期为 2π，则函数 $y=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x$ 的最小正周期为________.

9. 函数 $f(x)=\sin x+2|\sin x|$，$x\in[0，2\pi]$的图象与直线 $y=k$ 有且仅有两个不同的交点，则 k 的取值范围是________.

10. 函数 $y=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ （$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$)的单调递增区间是______.

三、解答题：

11．已知函数 $f(x)=\sin^2 x-\sin^2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期；

(2)求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.

12．已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x+\cos 2\omega x\quad(\omega>0)$ 的最小正周期为 π .

(1)求 ω 的值；

(2)求 $f(x)$ 的单调递增区间.

第五节　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象及性质

一、选择题：

1. 函数 $y=3\cos x-4\sin x$ 的最大值为(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 7　　D. 25

2. 若函数 $y=\cos x$ 的图象按向量 $\vec{a}=(\dfrac{3\pi}{2},-1)$ 平移后，与函数 $f(x)$ 的图象重合，则 $f(x)=$(　　)

A. $\sin x+1$　　B. $\sin x-1$　　C. $-\sin x+1$　　D. $-\sin x-1$

3. 若 $f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的图象关于 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 对称，且最小正周期为 π，则(　　)

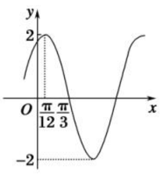
A. $f(x)$的图象过点$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　B．$f(x)$图象的一个对称中心是$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$

C．$f(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上是减函数　　D. 将$f(x)$的图象向右平移$|\varphi|$个单位得到函数 $y=3\sin\omega x$ 的图象

4．将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移$\varphi(\varphi>0)$个单位，所得函数为偶函数，则φ的最小值为(　　)

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{12}$

5．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如右图所示，则$\varphi=$(　　)



A．$-\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C．$-\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

6. 由 $y=f(x)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，得到 $y=2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象，则 $f(x)$为(　　)

A．$2\sin\left(\dfrac{3}{2}x+\dfrac{\pi}{6}\right)$　　B．$2\sin\left(6x-\dfrac{\pi}{6}\right)$　　C．$2\sin\left(\dfrac{3}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)$　　D．$2\sin\left(6x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

二、填空题：

7. 设函数 $f(x)=\cos\ \omega x\ (\omega>0)$，将 $y=f(x)$ 的图象向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则 ω 的最小值等于________.

8．若 $f(x)=2\sin\omega x(0<\omega<1)$在区间$[0,\dfrac{\pi}{3}]$上的最大值为$\sqrt{2}$，则$\omega=$________.

9．函数 $y=\tan(3x+\dfrac{\pi}{8})$ 的最小正周期是____________.

10．函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图象可由 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的图象至少向右平移_____个单位长度得到．

三、解答题：

11．$f(x)=A\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{6})+1(A>0，\omega>0)$的最大值为 3，其图象相邻两条对称轴之间的距离为$\dfrac{\pi}{2}$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)设 $\alpha\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，$f(\dfrac{\alpha}{2})=2$，求$\alpha$的值。

12．已知向量 $\boldsymbol{m}=(\sin x,1)$，$\boldsymbol{n}=(\sqrt{3}A\cos x,\dfrac{A}{2}\cos 2x)(A>0)$，函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$ 的最大值为 6.

(1)求 A；

(2)将函数 $y=f(x)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位，再将所得图象上各点的横坐标缩短为原来的$\dfrac{1}{2}$倍，纵坐标不变，得到函数 $y=g(x)$的图象，求 $g(x)$在$[0,\dfrac{5\pi}{24}]$上的值域。

第六节　正弦定理、余弦定理

一、选择题：

1. 在△ABC 中，已知∠A＝45°，AB＝$\sqrt{2}$，BC＝2，则∠C 等于(　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 30°或 150°

2．在△ABC 中，角 A，B，C 所对应的边分别为 a，b，c，若角 A，B，C 依次成等差数列，且 a＝1，b＝$\sqrt{3}$，则 $S_{\triangle ABC}$＝(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 2

3．在△ABC 中，AC＝$\sqrt{7}$，BC＝2，B＝60°，则 BC 边上的高等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{39}}{4}$

4. 在△ABC 中，∠ABC＝$\frac{\pi}{4}$，AB＝$\sqrt{2}$，BC＝3，则 sin∠BAC＝(　　)

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. 在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c.若 $a\cos A$＝$b\sin B$，则 $\sin A\cos A+\cos^2B$ 等于(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. －1　　D. 1

6．已知△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 A＝$\frac{\pi}{3}$，且 b＝$2a\cos B$，c＝1，则△ABC 的面积等于(　　)

A.$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\frac{\sqrt{3}}{6}$　　D.$\frac{\sqrt{3}}{8}$

二、填空题：

7．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.若$(a^2+c^2-b^2)\cdot\tan B=\sqrt{3}ac$，则角 B 的值为________.

8．已知△ABC 的三边长成公比为$\sqrt{2}$的等比数列，则其最大角的余弦值为________.

9. 在锐角△ABC 中，a，b，c 分别为角 A，B，C 所对的边，且 $\sqrt{3}a=2c\cdot\sin A$，角 C＝________.

10．在△ABC 中，$\angle A=\frac{2\pi}{3}$，$a=\sqrt{3}c$，则 $\frac{b}{c}=$________.

三、解答题：

11. 设ΔABC三内角A、B、C所对的边长分别为a、b、c，已知$\cos C=\dfrac{a}{2b},a=\dfrac{1}{3}(b+c)$，求$\sin A$的值.

12．在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，点(a，b)在直线$x(\sin A-\sin B)+y\sin B=c\sin C$上。

(1)求角C的值；

(2)若$a^2+b^2=6(a+b)-18$，求△ABC的面积。

第五篇　平面向量、复数

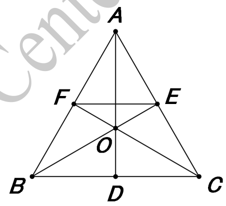
第一节　平面向量的概念及线性运算

一、选择题：

1. 已知向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$不共线，$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，则向量$\overrightarrow{OM}$=(　　)

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{4}{3}\overrightarrow{OB}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　　C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$　　D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

2. 如图，ΔABC是边长为 2 的正三角形，点O是中心，D、E、F分别是各边的中点，



则在$\overrightarrow{CO}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\lambda\overrightarrow{EF}$中，实数$\lambda=$(　　)

A. $-\frac{4}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $-\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

3．已知 O 是△ABC 所在平面内一点，D 为 BC 边的中点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$，那么(　　)

A. $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$　　B. $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$　　C. $\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{OD}$　　D. $2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$

4．已知平面上不共线的四点 O，A，B，C.若$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OB}$，且$\left|\overrightarrow{BC}\right|=\lambda\left|\overrightarrow{AB}\right|$，则$\lambda=$(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{6}$

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，$\boldsymbol{c}=k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ ($k\in\mathbf{R}$)，$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.如果 $\boldsymbol{c}/\!/\boldsymbol{d}$，那么(　　)

A. $k=1$ 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 同向　　B. $k=1$ 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 反向

C. $k=-1$ 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 同向　　D. $k=-1$ 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 反向.

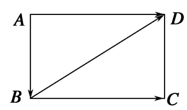
6. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是不共线的向量，$\overrightarrow{AB}=\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$($\lambda$，$\mu\in\mathbf{R}$)，那么 A，B，C 三点共线的充要条件是(　　)

A．$\lambda+\mu=2$　　B．$\lambda-\mu=1$　　C．$\lambda\mu=-1$　　D．$\lambda\mu=1$

二、填空题：

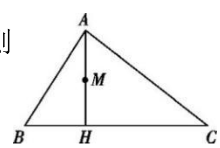
7．设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是两个不共线向量，$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}+p\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，若 A，B，D 三点共线，则实数 p 的值为________.

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=1$，$|\overrightarrow{AD}|=2$，设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{c}$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$________.



9. 设 D，E 分别是△ABC 的边 AB，BC 上的点，AD＝$\frac{1}{2}$AB，BE＝$\frac{2}{3}BC$.若$\overrightarrow{DE}=\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{AC}$($\lambda_1$，$\lambda_2$为实数)，则$\lambda_1+\lambda_2$的值为________.

10.如图,在△ABC 中，AH⊥BC 于 H,M 为 AH 的中点,若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu=$_______.



三、解答题：

11．(1)设两个非零向量 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 不共线，如果$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{BC}=6\boldsymbol{e}_1+23\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{CD}=4\boldsymbol{e}_1-8\boldsymbol{e}_2$，求证：$A$， B，D 三点共线。

(2)设 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量，已知$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{e}_1+k\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$，若 A，B，D 三点共线，求 k 的值。

12.在△ABC 中，E、F 分别为 AC、AB 的中点，BE 与 CF 相交于 G 点，设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{AG}$。

第二节　平面向量的基本定理及向量坐标运算

一、选择题：

1．设平面向量 $\boldsymbol{a}=(3,5)$，$\boldsymbol{b}=(-2,1)$，则 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=($　　$)$

A. (6,3)　　B. (7,3)　　C. (2,1)　　D. (7,2)

2．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(1,0)$，$\boldsymbol{c}=(3,4)$．若 λ 为实数，$(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})\,/\!/\,\boldsymbol{c}$，则 $\lambda=($　　$)$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

3. 如图，在△OAB 中，P 为线段 AB 上的一点，$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，且 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$，则(　　)

A. $x=\frac{2}{3}$，$y=\frac{1}{3}$　　B. $x=\frac{1}{3}$，$y=\frac{2}{3}$　　C. $x=\frac{1}{4}$，$y=\frac{3}{4}$　　D. $x=\frac{3}{4}$，$y=\frac{1}{4}$

4. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-2，m)$，且 $\boldsymbol{a}\,/\!/\,\boldsymbol{b}$，则 $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 等于（　　）

A. (－2，－4)　　B. (－3，－6)　　C. (－4，－8)　　D. (－5，－10)

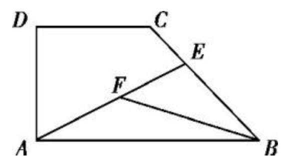
5. 在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，设向量 $\boldsymbol{p}=(a+c，b)$，$\boldsymbol{q}=(b-a，c-a)$，若 $\boldsymbol{p}\,/\!/\,\boldsymbol{q}$，则角 C 的大小为(　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 90°　　D. 120°

6.如图,在直角梯形 ABCD 中,AB=2AD=2DC,E 为 BC 边上一点,$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{EC}$,F 为 AE 的中点,则 $\overrightarrow{BF}=($　　$)$

A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$　　B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$　　D. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$



二、填空题：

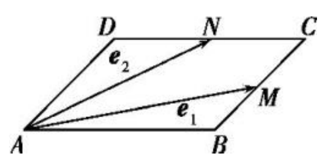
7．已知 $A(7,1)$，$B(1,4)$，直线 $y=\frac{1}{2}ax$ 与线段 AB 交于 C，且 $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$，则实数 $a=$________.

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3，1)$，$\boldsymbol{b}=(1，3)$，$\boldsymbol{c}=(k，7)$，若 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\,/\!/\,\boldsymbol{b}$，则 $k=$________.

9. 设 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,3)$，若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{c}=(-4，-7)$ 共线，则 $\lambda=$________.

10.如图,已知平行四边形 ABCD 的边 BC,CD 上的中点分别是 M,N,且 $\overrightarrow{AM}=\vec{e}_1$，$\overrightarrow{AN}=\vec{e}_2$

若 $\overrightarrow{BC}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2\,(x,y\in R)$，则 $x+y=$________.



三、解答题：

11．已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-3,2)$，当 k 为何值时，$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 平行？平行时它们是同向还是反向？

12．在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$A(1,0)$，$B(\cos\theta，t)$，

(1)若 $\boldsymbol{a}\parallel\overrightarrow{AB}$，且$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{5}\,|\overrightarrow{OA}|$，求向量$\overrightarrow{OB}$的坐标；

(2)若 $\boldsymbol{a}\parallel\overrightarrow{AB}$，求 $y=\cos^2\theta-\cos\theta+t^2$ 的最小值。

第三节　平面向量的数量积

一、选择题：

1. 已知平面向量 $\vec{a}=(-2,x)$ 与向量 $\vec{b}=(-3,2)$ 垂直，则 $x=$(　　)

A. 3　　　　B. 2　　　　C. -2　　　　D. -3

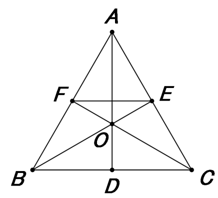
2．已知$|\boldsymbol{a}|=6$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-12$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影是(　　)

A. -4　　　　B. 4　　　　C. -2　　　　D. 2

3．若向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=$ (　　)

A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. 0

4. 如图，ΔABC 是边长为 2 的正三角形，点 O 是中心，D、E、F 分别是各边的中点，



则 $\overrightarrow{AE}\cdot(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BO})$ (　　)

A. $-\dfrac{1}{2}$　　　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　　　D. $\dfrac{1}{2}$

5. 设 x，$y\in\mathbf{R}$，向量 $\boldsymbol{a}=(x,1)$，$\boldsymbol{b}=(1，y)$，$\boldsymbol{c}=(2，-4)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}\parallel\boldsymbol{c}$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$等于(　　)

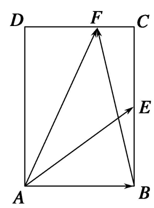
A. $\sqrt{5}$　　　　B. $\sqrt{10}$　　　　C. $2\sqrt{5}$　　　　D. 10

6. 在直角三角形 ABC 中，角 C 为直角,且 AC=BC=2，点 P 是斜边上的一个三等分点，则

$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CA}=$ (　　)

A.0　　　　B.4　　　　C. $\dfrac{9}{4}$　　　　D. $-\dfrac{9}{4}$

二、填空题：

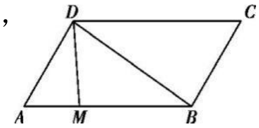


7．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=\sqrt{2}$，$BC=2$，点 E 为 BC 的中点，点 F 在边 CD 上，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=\sqrt{2}$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$的值是________.

8. 已知两个单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°，$\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}+(1-t)\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$，则 t=________.

9. 设 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 为单位向量，且 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的射影为______.

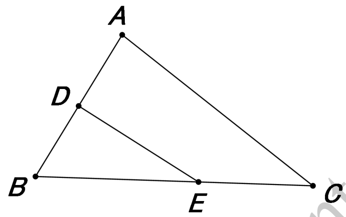
10.如图，平行四边形 ABCD 中，AB=2，AD=1，∠A=60°，点 M 在 AB 边上，且 AM=$\dfrac{1}{3}$AB，



则 $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DB}=$________.

三、解答题：

11. 如图，在 ΔABC 中，点 D 、E 分别在边 AB 、BC 上，且 $\overrightarrow{DE}=\frac{5}{12}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$， 求 ΔDBE 与 ΔABC 的面积比。



12．设向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$ 及$|3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=\sqrt{7}$.

(1)求 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 夹角的大小；

(2)求$|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$的值。

13.已知 $\vec{a}=(\lambda,2\lambda)$，$\vec{b}=(3\lambda,2)$ 如果 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角,求 λ 的取值范围.

14．已知角 A，B，C 是△ABC 的内角，a，b，c 分别是其所对边长，向量 $\boldsymbol{m}=(2\sqrt{3}\sin\frac{A}{2},\cos^2\frac{A}{2})$，$\boldsymbol{n}=(\cos\frac{A}{2},-2)$，$\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若 $a=2$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 b 的长.

第四节　复数

一、选择题：

1．复数$\dfrac{-1+3i}{1+i}$=(　　).

A．2＋i　　B．2－i　　C．1＋2i　　D．1－2i

2．设 i 为虚数单位，则复数$\dfrac{5-6i}{i}$=　(　　).

A．6＋5i　　B．6－5i　　C．－6＋5i　　D．－6－5i

3．复数 $z_1=a+2i$，$z_2=-2+i$，如果$|z_1|<|z_2|$，则实数 a 的取值范围是　(　　).

A．$-1<a<1$　　B．$a>1$　　C．$a>0$　　D．$a<-1$ 或 $a>1$

4．已知 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $zi=1+i$，则 z^2=(　　)

A．－2i　　B．2i　　C．－2　　D．2

5．方程 $x^2+6x+13=0$ 的一个根是　(　　).

A．－3＋2i　　B．3＋2i　　C．－2＋3i　　D．2＋3i

6．已知 i 为虚数单位，若复数 $z=\dfrac{a}{1-2i}+i(a\in R)$的实部与虚部互为相反数，则 a=(　　)

A．－5　　B．－1　　C．$-\dfrac{1}{3}$　　D．$-\dfrac{5}{3}$

7．设复数 z 满足 $i(z+1)=-3+2i$(i 是虚数单位)，则复数 z 对应的点位于复平面内(　　)

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

二、填空题：

8．设 i 为虚数单位，则$(1+i)^5$的虚部为________.

9．已知复数 z 满足$(2-i)z=1+i$，i 为虚数单位，则复数 z=________.

10．若$(1+i)(2+i)=a+bi$，其中 a，$b\in \mathbf{R}$，i 为虚数单位，则 $a+b$=________.

11．已知复数 $z=(3+i)^2$(i 为虚数单位)，则$|z|$=________.

12.设复数 $z=1+i$，若 $(z+a)(\bar{z}-a)$ 是纯虚数，则实数 a=______.

第六篇　数列

第一节　数列的概念与等差数列

一、选择题：

1．等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=10$，$a_4=7$，则数列$\{a_n\}$的公差为　(　　).

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1+a_3+a_{11}=6$，那么$S_9=$(　　).

A．2　　B．8　　C．18　　D．36

3．已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_1+a_3+a_5=105$，$a_2+a_4+a_6=99$，则a_{20}等于(　　).

A．-1　　B．1　　C．3　　D．7

4. 数列$\{a_n\}$对任意$n\in\mathbf{N}^*$，满足$a_{n+1}=a_n+3$，且$a_3=8$，则S_{10}等于(　　)

A．155　　B．160　　C．172　　D．240

5．设数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=1-\dfrac{1}{2n+1}$，则$a_n=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2n-1}$　　B．$\dfrac{1}{2n+1}$

C．$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$　　D．$\dfrac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

6．设$\{a_n\}$为等差数列，公差$d=-2$，S_n为其前n项和．若$S_{10}=S_{11}$，则$a_1=$(　　).

A．18　　B．20　　C．22　　D．24

二、填空题：

7．设数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$都是等差数列，若$a_1+b_1=7$，$a_3+b_3=21$，则$a_5+b_5=$________.

8．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$\dfrac{S_4}{12}-\dfrac{S_3}{9}=1$，则公差为________.

9．在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_2+a_7+a_{12}=12$，$a_2\cdot a_7\cdot a_{12}=28$，若数列$\{a_n\}$是一个递减数列，则它的通项公式是________.

10．等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_n=2n^2-2n+k-1$，则$k=$ ________.

三、解答题：

11．在等差数列$\{a_n\}$中，公差$d>0$，前n项和为S_n，$a_2 \cdot a_3=45$，$a_1+a_5=18$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)令$b_n=\dfrac{S_n}{n+c}(n\in \mathbf{N}^*)$，是否存在一个非零常数$c$，使数列$\{b_n\}$也为等差数列？若存在，求出$c$的值；若不存在，请说明理由.

12．已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，前n项和为S_n，且满足$2S_n=a_n^2+n-4(n\in \mathbf{N}^*)$.

(1)求证：数列$\{a_n\}$为等差数列；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第二节　等比数列及其前 n 项和

一、选择题：

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=8$，$a_4=a_3a_5$，则 $a_7=$　(　　).

A.$\frac{1}{16}$　　B.$\frac{1}{8}$　　C.$\frac{1}{4}$　　D.$\frac{1}{2}$

2．已知等比数列$\{a_n\}$的前三项依次为 $a-1$，$a+1$，$a+4$，则 $a_n=$(　　)

A. $4\left(\frac{3}{2}\right)^n$　　B. $4\left(\frac{2}{3}\right)^n$　　C. $4\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$　　D. $4\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

3．在等比数列$\{a_n\}$中，如果 $a_1+a_2=40$，$a_3+a_4=60$，那么 $a_7+a_8=$(　　).

A．135　　B．100　　C．95　　D．80

4．在正项等比数列$\{a_n\}$中，S_n是其前 n 项和．若 $a_1=1$，$a_2a_6=8$，则 $S_8=$(　　).

A．8　　B．$15(\sqrt{2}+1)$　　C．$15(\sqrt{2}-1)$　　D．$15(1-\sqrt{2})$

5．在公比大于 1 的等比数列$\{a_n\}$中，若 $a_1\cdot a_9=72$，$a_2+a_8=27$，则 $a_{10}=$（　）

A．48　　B．38　　C．32　　D．26

6. (2019．9) $3+3^3+3^5+\cdots+3^{2n+1}=$(　　)

A．$\frac{3}{8}(9^{n+1}-1)$　　B．$\frac{3}{8}(9^n-1)$　　C．$\frac{3}{2}(9^{n+1}-1)$　　D．$\frac{3}{2}(9^n-1)$

二、填空题：

7．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，公比 $q=2$，若 $a_n=64$，则 n 的值为________．

8．已知等比数列$\{a_n\}$为递增数列，且 $a_5^2=a_{10}$，$2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$，则数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=$____．

9．已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=4^{1-n}+a$，则 $a=$________.

10．设 S_n为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$8a_2-a_5=0$，则 $\frac{S_4}{S_2}=$________.

三、解答题：

11．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)数列$\{a_n+1\}$是等比数列，并写出数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项之和S_n.

12. 数列$\{a_n\}$的前项和为S_n，满足$a_1=1$，$a_{n+1}-S_n=n$.

(1)写出$\{a_n\}$的前三项；

(2)设$b_n=S_n+n+1$，证明$\{b_n\}$是等比数列；

(3)求$\{a_n\}$的通项公式.

第三节 数列的前 n 项之和

一、选择题：

1．数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=(-1)^{n-1}\cdot(4n-3)$，则它的前 100 项之和$S_{100}$等于(　　)

A．200　　B．－200　　C．400　　D．－400

2．在数列$\{a_n\}$中，$a_n=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$，若$\{a_n\}$的前 n 项和为$\dfrac{2021}{4043}$，则项数 n 为(　　).

A．4042　　B．4043　　C．2 021　　D．2 022

3．设数列$\{a_n\}$是公差不为 0 的等差数列，$a_1=2$，且 a_1，a_5，a_{13}成等比数列，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=$(　　)

A. $\dfrac{n^2+7n}{4}$　　B. $\dfrac{n^2+5n}{3}$　　C. $\dfrac{2n^2+3n}{4}$　　D．n^2+n

4．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_5=5, S_5=15$, 则数列$\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 100 项和是（　　）

A. $\dfrac{100}{99}$　　B. $\dfrac{99}{100}$　　C. $\dfrac{101}{100}$　　D. $\dfrac{100}{101}$

5．设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n-7$，则$|a_1|+|a_2|+\ldots+|a_{15}|$等于(　　)

A．153　　B．210　　C．135　　D．120

6．已知数列$\{a_n\}$的通项为$a_n=2n+1$，令$b_n=\dfrac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$，则数列$\{b_n\}$的前 10 项和 $T_{10}=$(　　)

A．70　　B．75　　C．80　　D．85

二、填空题：

7．在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_4=-4$，则$|a_1|+|a_2|+\ldots+|a_n|=$________.

8．数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}-a_n=1+(-1)^n(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $S_{100}=$________.

9．已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=0$ 且$\dfrac{1}{1-a_{n+1}}-\dfrac{1}{1-a_n}=1$，若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\dfrac{1-\sqrt{a_{n+1}}}{\sqrt{n}}$，则$\{b_n\}$的前 99 项之和$S_{99}=$________.

10．已知数列$\{x_n\}$的首项 $x_1=3$，通项 $x_n=2^np+nq(n\in\mathbf{N}^*$，$p$，$q$ 为常数)，且 x_1，x_4，x_5成等差数列，则数列$\{x_n\}$前 n 项和 $S_n=$________.

三．解答题：

11．已知等差数列$\{a_n\}$满足：$a_3=7$，$a_5+a_7=26$，$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.

(1)求 a_n 及 S_n；

(2)令 $b_n=\dfrac{1}{a_n^2-1}$ ($n\in\mathbf{N}^*$)，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

12. 设数列$\{a_n\}$满足 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\dfrac{n}{3}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项；

(2)设 $b_n=\dfrac{n}{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

第四节 数列的通项公式

一、选择题：

1．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足：$S_n+S_m=S_{n+m}$，且 $a_1=1$，那么 $a_{2019}=($　　　$)$

A．1　　　B．－1　　　C．2019　　　D．－2019

2．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n=1+\dfrac{(-1)^n}{a_{n-1}}$ $(n\geq 2)$，则 a_5 等于(　　　)

A．$\dfrac{3}{2}$　　　B．$\dfrac{5}{3}$　　　C．$\dfrac{8}{5}$　　　D．$\dfrac{2}{3}$

3．数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_n=a_{n-1}+2^n,(n\geq 2)$，则 $S_n=($　　　$)$

A．$2^{n+2}-3n-4$　　　B．$2^{n+1}-3$　　　C．$2^{n+1}-3n-4$　　　D．$2^{n+2}-3$

4. (2009.6)设数列$\{a_n\}$的前项和 $S_n=\dfrac{3}{2}(a_n-2)$，则 $a_n=($　　　$)$

A．$2\times 3^{n-1}$　　　B．2×3^n　　　C．3^n+3　　　D．3^n-3

5. 数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=(1+\dfrac{1}{n})a_n$，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=($　　　$)$

A．$\dfrac{n(n-1)}{2}+1$　　　B．$\dfrac{n(n+1)}{2}$　　　C．$2n-1$　　　D．n

6. 在数列$\{a_n\}$中，首项 $a_1=0$，且对任意正整数 n，都有 $a_{n+1}=\dfrac{1}{2}(a_n+1)$，那么，数列的通项

$a_n=($　　　$)$

A．$1-(\dfrac{1}{2})^{n-1}$　　　B．$(\dfrac{1}{2})^{n-1}-1$　　　C．$1-2^{n-1}$　　　D．$2^{n-1}-1$

二、 填空题

7. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{n+n^2}$，则 $a_n=$________.

8. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=2^n a_n$，则 $a_n=$________.

9．已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+3}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_{2022}=$________.

10. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=0$，$a_{n+1}=\dfrac{\sqrt{3}+a_n}{1-\sqrt{3}a_n}$，则 $S_{2\,023}=$________.

三、解答题：

11.(联考2014.22)在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=(1+\frac{1}{n})a_n+\frac{2}{n+2}$，$n=1,2,3\cdots$

(1)求a_2，a_3，a_4

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

12.(联考 2017.19)设数列$\{b_n\}$的各项都为正数，且$b_{n+1}=\frac{b_n}{b_n+1}$.

(1)证明数列$\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$为等差数列；

(2)设$b_1=1$，求数列$\{b_nb_{n+1}\}$的前n项和S_n。

第五节　数列的综合应用

一、选择题：

1．设 S_n 为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $3S_3=a_4-2, 3S_2=a_3-2$，则公比 $q=($　　$)$．

A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

2．已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_n+S_{n+1}=a_{n+1}(n\in \mathbf{N}^*)$，则此数列是(　　)．

A．递增数列　　　　B．递减数列　　　　C．常数列　　　　D．摆动数列

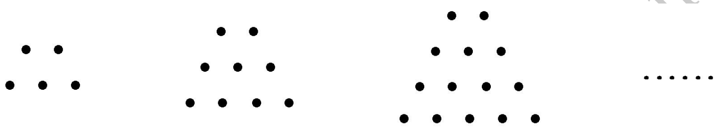
3.已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=t\cdot 5^{n-2}-\dfrac{1}{5}$，则实数 t 的值为(　　)．

A．4　　　　B．5　　　　C.$\dfrac{4}{5}$　　　　D.$\dfrac{1}{5}$

4．满足 $a_1=1$，$\log_2 a_{n+1}=\log_2 a_n+1\,(n\in \mathbf{N}^*)$，它的前 n 项和为 S_n，则满足 $S_n>1\,025$ 的最小 n 值是(　　)

A．9　　　　B．10　　　　C．11　　　　D．12

5．将石子摆成如图的梯形形状，称数列 5,9,14,20，…为梯形数，则此数列的第 2 015 为(　　)．



A．2 020×1005　　　　B．2 020×1008　　　　C．2019×1005　　　　D．2 019×1008

6．利用数学归纳法证明"$(n+1)(n+2)\ldots(n+n)=2^n\times1\times3\times\ldots\times(2n-1)$，$n\in\mathrm{N}^*$"时，从"$n=k$"变到"$n=k+1$"时，左边应增乘的因式是(　　)

A．$2(2k+1)$　　　　B．$2k+1$　　　　C．$\dfrac{2k+1}{k+1}$　　　　D．$\dfrac{2k+3}{k+1}$

二、　填空题

7. 设关于 x 的不等式 $x^2-x<2nx(n\in \mathbf{N}^*)$的解集中整数的个数为 a_n，数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则 S_{100} 的值为________.

8. 已知 a，b，c 成等比数列，如果 a，x，b 和 b，y，c 都成等差数列，则 $\dfrac{a}{x}+\dfrac{c}{y}=$________.

9. 若函数 $f(x)$对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)=1-f(1-x)$，则 $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)+f(3)=$_______.

10.数列$\{a_n\}$的通项 $a_n=\dfrac{n}{n^2+90}$，则数列$\{a_n\}$中的最大项是________.

三、解答题：

11.在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=\lambda a_n+\lambda^{n+1}+(2-\lambda)2^n(n\in\mathbf{N}^*，\lambda>0)$.

(1)求 a_2，a_3，a_4;

(2)猜想$\{a_n\}$的通项公式，并加以证明.

12．设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足 $2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1$，$n\in\mathbf{N}^*$，且 a_1，a_2+5，a_3 成等差数列.

(1)求 a_1 的值；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)证明：对一切正整数 n，有$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

第七篇 立体几何

第一节 空间几何体的结构及其体积、表面积

一、选择题：

1. 有一块草地为菱形，在菱形的对角线交点处有一根垂直于草地的旗杆.若该菱形面积为$240\,m^2$，周长为$80\,m$，旗杆高$8\,m$，则旗杆顶端到菱形边的最短距离为(　　)

A. $6\,m$　　B. $8\,m$　　C. $10\,m$　　D. $12\,m$

2. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上．若 AB＝3，AC＝4，AB⊥AC，AA_1＝12，则球 O 的半径为(　　)

A. $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$　　B. $2\sqrt{10}$　　C. $\dfrac{13}{2}$　　D. $3\sqrt{10}$

3. 一个与球心距离为 1 的平面截球体所得的圆面面积为π，则该球的表面积为(　　)

A. 8π　　B. 4π　　C. 16π　　D. $4\sqrt{2}\pi$

4. 已知圆锥底面直径为 2，轴截面顶角为$30°$，则圆锥的体积为(　　)

A. $2(1+\sqrt{3})\pi$　　B. $(2+\sqrt{3})\pi$　　C. $\dfrac{2(1+\sqrt{3})\pi}{3}$　　D. $\dfrac{(2+\sqrt{3})\pi}{3}$

5. 在三棱锥 $A-BCD$ 中，侧棱 AB，AC，AD 两两垂直，△ABC，△ACD，△ABD 的面积分别为$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，则三棱锥 $A-BCD$ 的外接球体积为(　　)

A. $4\sqrt{3}\pi$　　B. $8\sqrt{3}\pi$　　C. $12\sqrt{3}\pi$　　D. $16\sqrt{3}\pi$

6. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各棱长均为 1，D 为 AA_1 的中点，则四面体 A_1BCD 的体积是(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$

二、填空题：

7. 设圆锥轴截面的顶角为θ，$\cos\theta=-\dfrac{7}{25}$，则该圆锥侧面展开图扇形的圆心角$\alpha=$________.

8. 设长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 体积为 1，E,F,G 分别为 AB,AD,AA_1 的中点，则三棱锥 $A-EFG$ 的体积为_______.

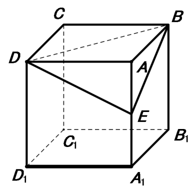
9. 若圆锥的高等于底面直径，且轴截面的面积为 8，则圆锥的体积为____________.

10. 已知点 A,B 在球 O 的球面上，平面 AOB 截该球面所得圆上的劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 长为80，$\angle AOB=120°$，则该球的半径为____________.

三、解答题：

11．已知一个正四棱锥的高为$\sqrt{3}$，侧面上的斜高(棱锥侧面等腰三角形的高)为$\sqrt{5}$，求这个正四棱锥的外接球的表面积。

12. 已知，正立方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为a，点E是棱A_1A的中点，



⑴ 正立方体被BDE平面截去一小角，求剩下部分的体积；

⑵ 求点A到平面BDE的距离.

第二节　空间中点、线、面的位置关系与空间角

一、选择题：

1. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $A_1A=\sqrt{2}AB$，M、N 分别是 BC、CC_1 的中点，则异面直线 AB_1 与 MN 所成的角等于(　　)

A. $30°$　　B. $45°$　　C. $60°$　　D. $90°$

2．若 m、n 为两条不重合的直线，α、β为两个不重合的平面，则下列命题中正确的是(　　)

A. 若 m、n 都平行于平面α，则 m、n 一定不是相交直线；

B. 若 m、n 都垂直于平面α，则 m、n 一定是平行直线；

C. 已知α、β互相平行，m、n 互相平行，若 $m\parallel\alpha$，则 $n\parallel\beta$；

D. 若 m、n 在平面α内的射影互相平行，则 m、n 互相平行．

3. 在四面体中 $ABCD$，$AB=\sqrt{2}$，其余各棱长均为 1，则二面角 $A-CD-B$ 的余弦值为(　　)

A. $-\dfrac{1}{3}$　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

4. 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC_1 折起，当以 A,B,C,D 为顶点的三棱锥体积最大时， 直线 BD 和平面 ABC 所成的角的大小为(　　)

A. $30°$　　B. $45°$　　C. $60°$　　D. $90°$

5．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

6. 若正四棱锥的侧棱长与底面边长都相等，则相邻两侧面所成的二面角的余弦值为(　　)

A. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

二、填空题：

7．α、β、γ是三个平面，a、b 是两条直线，且“$\alpha\cap\beta=a$，$b\subset\gamma$”，则下列条件中能推出“$a\parallel b$”的一个条件可以是________(把所有正确的题号填上)．①$a\parallel\gamma$，$b\subset\beta$；　②$a\parallel\gamma$，$b\parallel\beta$；　③$b\parallel\beta$，$a\subset\gamma$.

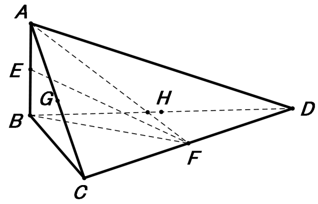
8. $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 a 的正方体，M、N 分别是下底面的棱 A_1B_1、B_1C_1 的中点，P 是上底面的棱 AD 上的一点，$AP=\dfrac{a}{3}$，过 P、M、N 的平面交上底面于 PQ，Q 在 CD 上，则 $PQ=$________.

9. 若 AB 为圆 O 的直径，点 C 在圆周上(异于点 A，B)，直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面，点 M 为线段 PB 的中点．有以下四个命题：①$PA\parallel$平面 MOB；　②$MO\parallel$平面 PAC；　③$OC\perp$平面 PAC；
④平面 $PAC\perp$平面 PBC.其中正确的命题是______________(填上所有正确命题的序号).

10．已知 P 为△ABC 所在平面外一点，且 PA、PB、PC 两两垂直，则下列命题中正确的有______.
①$PA\perp BC$；　②$PB\perp AC$；　③$PC\perp AB$　.④$AB\perp BC$.

三、解答题：

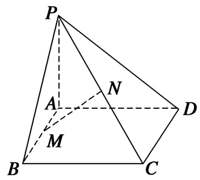
11. 如图，在四面体 $ABCD$ 中， $AB=CD=8$ ， $AC=BD=12$ ， $AD=BC=10$ ，且 E,F,G,H 分别是 AB,CD,AC,BD 的中点。



(1)求 EF 的长；

(2)证明 EF ， GH 互相垂直平分。

12．如图，已知 $PA\perp$矩形 $ABCD$ 所在平面，M，N 分别是 AB，PC 的中点．



(1)求证：$MN\perp CD$；

(2)若$\angle PDA=45°$，求证：$MN\perp$平面 PCD.

第三节　空间向量的运算及应用

一、选择题：

1．下面各向量中，与向量 $\boldsymbol{a}=(1,-3,2)$平行的是(　　).

A. $(\frac{1}{3},1,1)$　　B. $(-1,-3,2)$　　C. $(-\frac{1}{2},\frac{3}{2},-1)$　　D. $(\sqrt{2},-3,-2\sqrt{2})$

2．若向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,x)$，$\boldsymbol{b}=(1,2,1)$，$\boldsymbol{c}=(1,1,1)$，满足条件$(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})\cdot(2\boldsymbol{b})=-2$，则 x=(　　).

A．-4　　B．-2　　C．4　　D．2

3.已知向量 $\vec{a}=(1,1,0)$，$\vec{b}=(-1,0,2)$，且 $k\vec{a}+\vec{b}$ 与 $2\vec{a}-\vec{b}$ 互相垂直，则 k=(　　).

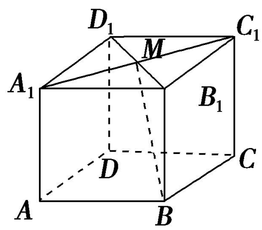
A. 1　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{7}{5}$

4．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$，则下列向量中与 $\boldsymbol{a}$ 成 60°夹角的是(　　)

A．$(-1,1,0)$　　B．$(1,-1,0)$

C．$(0,-1,1)$　　D．$(-1,0,1)$

5．如图所示，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点．若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则下列向量中与$\overrightarrow{BM}$相等的向量是(　　)



A．$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　B．$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C．$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　D．$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

6．已知空间四边形 ABCD 的每条边与对角线长都等于 a，点 E、F 分别是 BC、AD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$的值为（　　）

A. a^2　　B. $\frac{1}{2}a^2$　　C. $\frac{1}{4}a^2$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

二、填空题：

7. 已知两点 $A(4,0,5)$ 与 $B(7,1,3)$，与向量 $\overrightarrow{AB}$ 方向一致的单位向量 $\vec{a}$ =______

8. 已知 $\vec{\boldsymbol{a}}=(1,2,-2)$，$\vec{\boldsymbol{b}}=(0,2,4)$，则向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角的余弦值为________；

9. 在空间直角坐标系中，以点 $A(4,1,9)$、$B(10,-1,6)$、$C(x,4,3)$为顶点的△ABC 是以 BC 为斜边的直角三角形，则实数 x 的值为________.

10.在空间直角坐标系中，向量 $\vec{a}$ 在三个坐标平面内的正投影长度分别为 2，2，1，则 $|\vec{a}|$=________.

三、解答题：

11．已知 $A(1,2,3)$，$B(2,1,2)$，$P(1,1,2)$，$O(0,0,0)$，点 Q 在直线 OP 上运动，当$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$取最小值时，求点 Q 的坐标．

12．直三棱柱 $ABC—A'B'C'$中，$AC=BC=AA'$，$\angle ACB=90°$，D、E 分别为 AB、BB'的中点．

(1)求证：$CE\perp A'D$；

(2)求异面直线 CE 与 AC'所成角的余弦值。

第四节　立体几何的向量解法

一、选择题：

1．若直线 l_1，l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(2,4,-4)$，$\boldsymbol{b}=(-6,9,6)$，则(　　)

A. $l_1 /\!/ l_2$　　　　B. $l_1\perp l_2$

C. l_1 与 l_2 相交但不垂直　　　　D. 以上均不正确

2．若直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$，平面α的法向量为 $\boldsymbol{n}$，能使 $l/\!/\alpha$ 的是(　　)

A. $\boldsymbol{a}=(1,0,0)$，$\boldsymbol{n}=(-2,0,0)$　　　　B. $\boldsymbol{a}=(1,3,5)$，$\boldsymbol{n}=(1,0,1)$

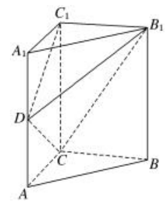
C. $\boldsymbol{a}=(0,2,1)$，$\boldsymbol{n}=(-1,0,-1)$　　　　D. $\boldsymbol{a}=(1,-1,3)$，$\boldsymbol{n}=(0,3,1)$

3．已知向量 $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ 分别是直线 l 和平面α的方向向量、法向量，若 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=-\dfrac{1}{2}$，则 l 与α所成的角为(　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

4．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 BB_1 中点，G 是 DD_1 中点，F 是 BC 上一点且 $FB=\dfrac{1}{4}BC$，则 GB 与 EF 所成的角为(　　)

A. 30°　　B. 120°　　C. 60°　　D. 90°



5. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=90°$，$2AC=AA_1=BC=2$.若二面角 B_1-DC-C_1 的大小为 60°，则 AD 的长为(　　)

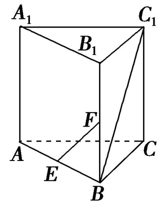
A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6. 在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为 BB_1 的中点，则平面 A_1ED 与平面 $ABCD$ 所成的锐二面角的余弦值为(　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：

7．若平面α的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(4,1,1)$，直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(-2,-3,3)$，则 l 与α所成角的正弦值为________.



8．如图所示，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$底面 ABC，$AB=BC=AA_1$，$\angle ABC=90°$，点 E、F 分别是棱 AB、BB_1 的中点，则直线 EF 和 BC_1 所成的角是________.

9．设正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，则点 D_1 到平面 A_1BD 的距离是________.

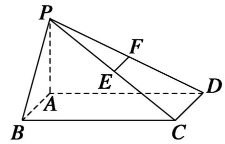
10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD=AB=2$，$DD_1=1$，O 为 AC 与 BD 的交点，E、F 分别为 C_1D_1、A_1D_1 的中点.则锐二面角 $D-BE-D_1$ 的余弦值为________.

三、解答题：

11. 如图，在底面是矩形的四棱锥 P—$ABCD$ 中，$PA\perp$底面 $ABCD$，E，F 分别是 PC，PD 的中点，$PA=AB=1$，$BC=2$.求证：

(1)$EF\parallel$平面 PAB；

(2)平面 $PAD\perp$平面 PDC.

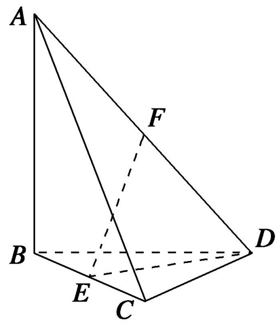


12．如图，四面体 $ABCD$ 中，AB、BC、BD 两两垂直，$AB=BC=BD=4$，E、F 分别为棱 BC、AD 的中点．

(1)求异面直线 AB 与 EF 所成角的余弦值；

(2)求 E 到平面 ACD 的距离；

(3)求 EF 与平面 ACD 所成角的正弦值。



第八篇　平面解析几何

第一节　直线的倾斜角与斜率、直线的方程

一、选择题：

1. 直线 $2x-my+1-3m=0$，当 m 变化时，所有直线都过定点　(　　).

A. $\left(-\frac{1}{2},3\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},3\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},-3\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},-3\right)$

2．直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的倾斜角是(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{5\pi}{6}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

3．直线 l：$x\sin 30°+y\cos 150°+1=0$ 的斜率是(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

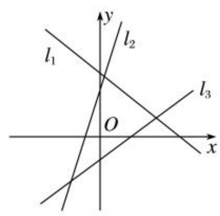
4．过点(2,1)且倾斜角比直线 $y=-x-1$ 的倾斜角小 $\frac{\pi}{4}$ 的直线方程是(　　)

A．$x=2$　　B．$y=1$　　C．$x=1$　　D．$y=2$

5. 已知直线 $ax+2y=4$ 的倾斜角为 $135°$，则 $a=$（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D.2

6.如图中的直线 l_1，l_2，l_3 的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，则（　　）



A．$k_1<k_2<k_3$　　B．$k_1<k_3<k_2$

C．$k_3<k_2<k_1$　　D．$k_3<k_1<k_2$

二、填空题：

7．一条直线经过点 $A(-2,2)$，并且与两坐标轴围成的三角形的面积为 1，若这条直线不过第三象限，则此直线的方程为__________________.

8．若过两点 $A(-m,6)$，$B(1,3m)$的直线的斜率为 12，则 $m=$________.

9.已知 $A(3,0)$，$B(0,4)$，直线 AB 上一动点 $P(x，y)$，则 xy 的最大值是________.

10．设点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，直线 $2x+y-b=0$ 与线段 AB 相交，则 b 的取值范围是________.

三、解答题：

11．已知△ABC的三个顶点分别为$A(-3，0)$，$B(2，1)$，$C(-2，3)$，求：

(1)BC边所在直线的方程；

(2)BC边上中线AD所在直线的方程；

(3)BC边的垂直平分线DE的方程．

12．已知两点$A(-1,2)$，$B(m,3)$．

(1)求直线AB的方程；

(2)已知实数$m\in[-\frac{\sqrt{3}}{3}-1,\sqrt{3}-1]$，求直线$AB$的倾斜角$\alpha$的取值范围．

第二节　两条直线的位置关系

一、选择题：

1. 在平面直角坐标系中，直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $2x+y+c=0$ 平行的充分必要条件是（　　）

A. $a=\frac{1}{2}$ 且 $c\neq 1$　　B. $a=2$ 且 $c\neq 1$　　C. $a=2$ 且 $c\neq 4$　　D. $a=\frac{1}{2}$ 且 $c\neq 4$

2．若直线 l：$y=kx-\sqrt{3}$ 与直线 $2x+3y-6=0$ 的交点位于第一象限，则直线 l 的倾斜角的取值范围是(　　).

A. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$

3．过点 $A(2,3)$且垂直于直线 $2x+y-5=0$ 的直线方程为(　　).

A．$x-2y+4=0$　　B．$2x+y-7=0$　　C．$x-2y+3=0$　　D．$x-2y+5=0$

4．“$a=0$”是“直线 l_1：$(a+1)x+a^2y-3=0$ 与直线 l_2：$2x+ay-2a-1=0$ 平行”的(　　).

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5. 斜率为 $k(k>0)$ 的直线沿着 x 轴的正方向平移 5 个单位，平移后的直线与原直线之间的距离为 4，则 $k=$（　）

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{5}$

6．已知过点 $A(-2，m)$和点 $B(m，4)$的直线为 l_1，直线 $2x+y-1=0$ 为 l_2，直线 $x+ny+1=0$ 为 l_3，若 $l_1 // l_2$，$l_2\perp l_3$，则实数 $m+n$ 的值为(　　)

A．-10　　B．-2　　C．0　　D．8

二、填空题：

7.(联考 2018.13)坐标原点关于直线 $x-y-6=0$ 的对称点的坐标为_________.

8．已知直线 l_1：$ax+3y-1=0$ 与直线 l_2：$2x+(a-1)y+1=0$ 垂直，则实数 $a=$________.

9.直线 $x+2y=1$ 关于点 $M(1,2)$ 对称的直线的方程为______________.

10.已知两条直线 $y=ax-2$ 和 $3x-(a+2)y+1=0$ 互相平行，则 a 等于_______.

三、解答题：

11．已知两直线 l_1：$ax-by+4=0$ 和 l_2：$(a-1)x+y+b=0$，求满足下列条件的 a，b 的值．

(1)$l_1\perp l_2$，且直线 l_1 过点$(-3，-1)$；

(2)$l_1/\!/l_2$，且坐标原点到这两条直线的距离相等。

12．已知直线 l 经过直线 $2x+y-5=0$ 与 $x-2y=0$ 的交点。

(1)点 $A(5,0)$到 l 的距离为 3，求 l 的方程；

(2)求点 $A(5,0)$到 l 的距离的最大值。

第三节　圆的方程

一、选择题：

1．若直线 $3x+y+a=0$ 过圆 $x^2+y^2+2x-4y=0$ 的圆心，则 a 的值为(　　).

A．-1　　B．1　　C．3　　D．-3

2．设圆的方程是 $x^2+y^2+2ax+2y+(a-1)^2=0$，若 $0<a<1$，则原点与圆的位置关系是 (　　).

A．原点在圆上　　B．原点在圆外　　C．原点在圆内　　D．不确定

3．圆$(x+2)^2+y^2=5$ 关于直线 $y=x$ 对称的圆的方程为 (　　).

A．$(x-2)^2+y^2=5$　　B．$x^2+(y-2)^2=5$　　C．$(x+2)^2+(y+2)^2=5$　　D．$x^2+(y+2)^2=5$

4．动点 P 到点 $A(8,0)$的距离是到点 $B(2,0)$的距离的 2 倍，则动点 P 的轨迹方(　　).

A．$x^2+y^2=32$　　B．$x^2+y^2=16$　　C．$(x-1)^2+y^2=16$　　D．$x^2+(y-1)^2=16$

5．方程 $x^2+y^2-2x+4y+5=0$ 所表示的曲线是（　　）

A．圆　　B．椭圆　　C．一个点　　D．双曲线

6. 若点 $P(1,1)$为圆 C：$(x-3)^2+y^2=9$ 的弦 MN 的中点，则弦 MN 所在直线方(　　).

A．$2x+y-3=0$　　B．$x-2y+1=0$　　C．$x+2y-3=0$　　D．$2x-y-1=0$

二、填空题：

7．以 $A(1,3)$和 $B(3,5)$为直径两端点的圆的标准方程为________.

8. 已知直线 l：$x-y+4=0$ 与圆 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$，则圆 C 上各点到 l 的距离的最小值为________.

9．已知圆 C：$x^2+y^2+mx-4y=0$ 上存在两点关于直线 $x-y+3=0$ 对称，则实数 $m=$_______.

10．已知直线 $ax+by+c-1=0(bc>0)$经过圆 $x^2+y^2-2y-5=0$ 的圆心，则 $\frac{4}{b}+\frac{1}{c}$ 的最小值是_____.

三、解答题：

11．求适合下列条件的圆的方程：

(1)圆心在直线 $y=-4x$ 上，且与直线 l：$x+y-1=0$ 相切于点 $P(3，-2)$；

(2)过三点 $A(1,12)$，$B(7,10)$，$C(-9,2)$．

12．已知以点 P 为圆心的圆经过点 $A(-1,0)$和 $B(3,4)$，线段 AB 的垂直平分线交圆 P 于点 C 和 D，且 $|CD|=4\sqrt{10}$.

(1)求直线 CD 的方程；

(2)求圆 P 的方程。

第四节　直线与圆、圆与圆的位置关系

一、选择题：

1．直线 $x+\sqrt{3}y-2=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A，B 两点，则弦 AB 的长度等于(　　).

A．$2\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C.$\sqrt{3}$　　D．1

2．若直线 $x-y+1=0$ 与圆 $(x-a)^2+y^2=2$ 有公共点，则实数 a 的取值范围是(　　).

A．$[-3，-1]$　　B．$[-1,3]$　　C．$[-3,1]$　　D．$(-\infty，-3]\cup[1，+\infty)$

3. 若直线 $x+y-a=0$ 被圆 $x^2+y^2=4$ 截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则实数 a 的值为(　　)

A．$2\sqrt{7}$ 或 $-2\sqrt{7}$　　B.2 或 -2　　C. 2　　D．-2

4. 从坐标原点引两条射线，都与圆 $x^2+y^2-8x+m=0$ 相切，若两射线交成 $60°$ 角则 $m=$（　　）

A．　14　　B．12　　C．　8　　D．　4

5. 圆 $x^2+y^2-2mx-2ny=-4$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，则 m^2+n^2 的值是（　　）

A．$\dfrac{5}{2}$　　B．$\dfrac{9}{4}$　　C．4　　D．$\dfrac{25}{4}$

6. 若直线 $2ax-by+2=0(a>0，b>0)$ 被圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 所截得的弦长为 4，则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值是(　　).

A．4　　B．2　　C.$\dfrac{1}{2}$　　D.$\dfrac{1}{4}$

二、填空题：

7．直线 $y=x$ 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为________.

8．已知直线 l_1 与圆 $x^2+y^2+2y=0$ 相切，且与直线 l_2：$3x+4y-6=0$ 平行，则直线 l_1 的方程是________.

9. 过直线 l：$y=2x$ 上一点 P 作圆 C：$(x-8)^2+(y-1)^2=2$ 的切线 l_1，l_2，若 l_1，l_2 关于直线 l 对称，则点 P 到圆心 C 的距离为________.

10. 直线 $y=kx+3$ 与圆 $(x-3)^2+(y-3)^2=4$ 相交于 M,N 两点，若 $MN\geq2\sqrt{3}$，则 k 的取值范围是________.

三、解答题：

11．已知：圆 C：$x^2+y^2-8y+12=0$，直线 l：$ax+y+2a=0$.

(1)当 a 为何值时，直线 l 与圆 C 相切；

(2)当直线 l 与圆 C 相交于 A，B 两点，且 $|AB|=2\sqrt{2}$ 时，求直线 l 的方程。

12. 已知圆 C 经过 $P(4,-2)$，$Q(-1,3)$两点，且在 y 轴上截得的线段长为 $4\sqrt{3}$，半径小于 5.

(1)求直线 PQ 与圆 C 的方程；

(2)若直线 $l\,/\!/\,PQ$，且 l 与圆 C 交于点 A，B 且以线段 AB 为直径的圆经过坐标原点，求直线 l 的方程。

第五节　椭　圆

一、选择题：

1．椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的两个焦点为F_1，F_2，过F_1作垂直于x轴的直线与椭圆相交，一个交点为P，则$|PF_2|=$（　　）.

A.$\frac{7}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\sqrt{3}$　　D．4

2. 椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别是$A$，$B$，左、右焦点分别是$F_1$，$F_2$.若$|AF_1|$，$|F_1F_2|$，$|F_1B|$成等比数列，则此椭圆的离心率为　（　　）.

A.$\frac{1}{4}$　　B.$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\sqrt{5}-2$

3. 设p是椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$上的点．若$F_1$，$F_2$是椭圆的两个焦点，则$|PF_1|+|PF_2|$等于（　　）

A．4　　B．5　　C．8　　D．10

4．设椭圆$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$的左、右焦点为$F_1$、$F_2$，点$P(x_0,y_0)$在椭圆上，且$|PF_1|=2|PF_2|$，则

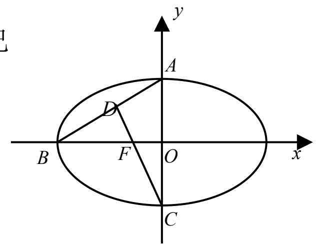
$x_0=$（　　）

A.　2　　B.　3　　C.　$2\sqrt{3}$　　D.　$3\sqrt{2}$

5．若椭圆的焦距等于短轴长的 2 倍，则该椭圆的离心率为（　　）

A.　$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B.　$\frac{4}{5}$　　C.　$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D.$\frac{1}{3}$

6．如图所示，椭圆中心在坐标原点，F为左焦点，B为左顶点，A,C为短轴端点，已知$CF\perp AB$，则椭圆的离心率为（　　）



A.　$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　B.　$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　C.　$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D.　$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

二、填空题：

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_3=11$，$a_2+a_3+a_4=21$，则椭圆C：$\frac{x^2}{a_5}+\frac{y^2}{a_6}=1$的离心率为________.

8．若方程$9mx^2+y^2=9$表示焦点在y轴上的椭圆，则常数m的取值范围为区间________.

9.　椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$的焦点为$F_1,F_2$，点 P 在椭圆上，若$|PF_1|=4$，则$\angle F_1PF_2$的大小为__________.

10．已知椭圆G的中心在坐标原点，长轴在x轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且G上一点到G的两个焦点的距离之和为 12，则椭圆G的方程为__________.

三、解答题：

11.(联考 2016．22)过椭圆 C：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$右焦点 F 的直线 l 交 C 于两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且 A 不在 x 轴上.

(1)求$|y_1y_2|$的最大值；

(2)若$\frac{|\mathrm{AF}|}{|\mathrm{BF}|}=\frac{1}{4}$，求直线 l 的方程.

12.(联考 2017．22)设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的中心为 O，左焦点为 F，左顶点为 A，短轴的一个端点为 B，短轴长为4，ΔABF 的面积为$\sqrt{5}-1$。

(1)求a , b；

(2)设直线l与C交于P,Q两点，$M(2,2)$，四边形$OPMQ$为平行四边形，求l的方程。

第六节　双曲线

一、选择题：

1. 已知双曲线中心在原点且一个焦点为 $F_1(-\sqrt{5}, 0)$，点 P 位于该双曲线上，线段 PF_1 的中点坐标为 $(0,2)$，则双曲线的方程是　（　　）.

A. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　B. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$

2. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦距为 10，点 $P(2,1)$在 C 的渐近线上，则 C 的方程为(　　).

A. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　C. $\frac{x^2}{80}-\frac{y^2}{20}=1$　　D. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{80}=1$

3. 双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的渐近线方程为（　　）

A. $3x\pm 4y=0$　　B. $\sqrt{3}x\pm 2y=0$　　C. $4x\pm 3y=0$　　D. $2x\pm\sqrt{3}y=0$

4. 设 F_1、F_2 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点，P 为 C 上一点，若 ΔF_1F_2P 是等腰直角三角形，则 C 的离心率为（　　）

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　C. $1+\sqrt{2}$　　D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

5. 若方程 $2x^2-y^2=m$ 表示的曲线是焦点在 y 轴上，焦距为 4 的双曲线，则 $m=$（　　）

A. $\frac{32}{3}$　　B. $\frac{8}{3}$　　C. $-\frac{8}{3}$　　D. $-\frac{32}{3}$

6. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的焦点到该双曲线的渐近线的距离为（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：

7. 已知双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$与双曲线 $C_2:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$ 有相同的渐近线，且 C_1 的右焦点为 $F(\sqrt{5}，0)$，则 $a=$________.

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m^2+4}=1$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，则 m 的值为________.

9. 焦点分别为 F_1,F_2 的双曲线上有一点 P，若 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，且 $|PF_2|=2|PF_1|$，则该双曲线的离心率为_____.

10. 双曲线 $9x^2-16y^2=1$ 的焦距为________.

三、解答题：

11．已知双曲线的中心在原点，焦点 F_1，F_2 在坐标轴上，离心率为 $\sqrt{2}$，且过点$(4，-\sqrt{10})$．点 $M(3，m)$在双曲线上．

(1)求双曲线的方程；

(2)求证：$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$；

(3)求△F_1MF_2 的面积．

12．中心在原点，焦点在 x 轴上的一椭圆与一双曲线有共同的焦点 F_1, F_2，且$|F_1F_2|==2\sqrt{13}$，椭圆的长半轴与双曲线半实轴之差为 4，离心率之比为 3∶7.

(1)求这两曲线方程；

(2)若 P 为这两曲线的一个交点，求 $\cos\angle F_1PF_2$ 的值．

第七节 抛物线

一、选择题：

1．已知 F 是抛物线 $y^2=x$ 的焦点，A，B 是该抛物线上的两点，$|AF|+|BF|=3$，则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为(　　)．

A.$\frac{3}{4}$　　B．1　　C.$\frac{5}{4}$　　D.$\frac{7}{4}$

2．若抛物线 $y^2=2px(p>0)$上一点 P 到焦点和抛物线的对称轴的距离分别为 10 和 6，则 p 的值为(　　)．

A．2　　B．18　　C．2 或 18　　D．4 或 16

3．(联考 2013.8)焦点为 $(2,0)$，准线为 $x=-1$ 的抛物线方程为（　　）

A. $y^2=-6x+3$　　B. $y^2=6x+3$　　C. $y^2=-6x-3$　　D. $y^2=6x-3$

4. 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F，倾斜角为锐角的直线 l 经过 F ,且与抛物线相交于 A、B 两点，若 F 是线段 AB 的一个三等分点，则 l 的斜率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{2}$

5. 若抛物线 $y=ax^2$ 的焦点在直线 $y=2x+3$ 上，则 $a=$（　　）

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. 6　　D. 12

6.　设抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=-2$ 的交点到抛物线的焦点的距离为 3，则 $a=$（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. 4　　D. -4

二、填空题：

7．设斜率为 1 的直线 l 过抛物线 $y^2=ax(a>0)$的焦点 F，且和 y 轴交于点 A，若△OAF(O 为坐标原点)的面积为 8，则 a 的值为________．

8. 抛物线 $y=x^2-2x$ 的焦点坐标为________.

9．已知抛物线 $y^2=8x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{m}-y^2=1\,(m>0)$交于 A，B 两点，点 F 为抛物线的焦点，若△FAB 为直角三角形，则双曲线的离心率是________.

10．若抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 的右焦点重合，则 p 的值为________.

三、解答题：

11．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 相交于不同的 A，B 两点．

(1)如果直线 l 过抛物线的焦点，求$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$的值；

(2)如果$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$，证明：直线 l 必过一定点，并求出该定点。

12.(联考 2012.21)已知直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 相交于 A、B 两点，且与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 相切.

(1)求直线 l 在 x 轴上截距 c 的取值范围；

(2)设 F 是抛物线的焦点，$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=0$，求直线 l 的方程.

第八节　曲线与方程

一、选择题：

1．已知两定点 $A(1,1)$，$B(-1，-1)$，动点 $P(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\dfrac{x^2}{2}$，则点 P 的轨迹是(　　)

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线　　D．抛物线

2．若一个圆的圆心在抛物线 $y^2=4x$ 的焦点处，且此圆与直线 $x+y+1=0$ 相切，则这个圆的方程是（　　）

A．$x^2+y^2-2x-1=0$　　B．$x^2+y^2+2x+1=0$

C．$x^2+y^2-2y+1=0$　　D. $x^2+y^2+2y+1=0$

3．方程 $y+2\sqrt{3-x^2}=0$ 所表示的曲线是（　　）

A.　一个圆　　B.　半个圆　　C.　半个椭圆　　D.　一个椭圆

4．若点 P 到直线 $x=-1$ 的距离比它到点$(2,0)$的距离小 1，则点 P 的轨迹为(　　).

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线　　D．抛物线

5．设圆$(x+1)^2+y^2=25$ 的圆心为 C，$A(1,0)$是圆内一定点，Q 为圆周上任一点．线段 AQ 的垂直平分线与 CQ 的连线交于点 M，则 M 的轨迹方程为（　　）.

A. $\dfrac{4x^2}{21}-\dfrac{4y^2}{25}=1$　　B. $\dfrac{4x^2}{21}+\dfrac{4y^2}{25}=1$

C．$\dfrac{4x^2}{25}+\dfrac{4y^2}{21}=1$　　D. $\dfrac{4x^2}{25}-\dfrac{4y^2}{21}=1$

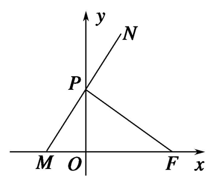
6．已知点 P 是直线 $2x-y+3=0$ 上的一个动点，定点 $M(-1,2)$，Q 是线段 PM 延长线上的一点，且 $|PM|=|MQ|$，则 Q 点的轨迹方程是(　　).

A．$2x+y+1=0$　　B．$2x-y-5=0$

C．$2x-y-1=0$　　D．$2x-y+5=0$

二、填空题：

7．在△ABC 中，A 为动点，B、C 为定点，$B(-2,0)$，$C(2,0)$，且满足 $\sin C-\sin B=\dfrac{1}{2}\sin A$，则动点 A 的轨迹方程是______________.



8．如图，点 $F(a,0)(a>0)$，点 P 在 y 轴上运动，M 在 x 轴上运动，N 为动点，且 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PF}=0$，$\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}=0$，则点 N 的轨迹方程为______________.

9．给定两点 $A(-2,0)$ 和 $B(2,0)$，若动点 M 使直线 MA 和 MB 的斜率之乘积等于常数 -3，则点 M 的轨迹之方程为______________.

10．已知动点 P 在曲线 $2x^2-y=0$ 上移动，则点 $A(0，-1)$与点 P 连线中点的轨迹方程是________.

三、解答题：

11．已知长为$1+\sqrt{2}$的线段AB的两个端点A、B分别在x轴、y轴上滑动，P是AB上一点，且$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{PB}$，求点$P$的轨迹$C$的方程。

12．设椭圆方程为$x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$，过点$M(0,1)$的直线l交椭圆于A，B两点，O为坐标原点，点P满足$\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$，点$N$的坐标为$(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$，当直线$l$绕点$M$旋转时，

求：(1)动点P的轨迹方程；

(2)$|\overrightarrow{NP}|$的最大值，最小值。

第九篇　计数原理

第一节　分类加法计数原理和分步乘法计数原理

一、选择题：

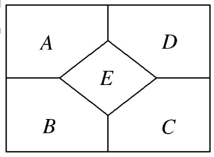
1. 我们把各位数字之和为 6 的四位数称为“六合数”(如 2 013 是“六合数”)，则“六合数”中首位为 2 的“六合数”共有(　　)

A.18 个　　B.15 个　　C.12 个　　D.9 个

2. 把 3 封信投到 4 个信箱，所有可能的投法共有(　　)

A.24 种　　B.4 种　　C.4^3 种　　D.3^4 种

3. 如图所示的五个区域中，现有四种颜色可供选择，要求每一个区域只涂一种颜色，相邻区域所涂颜色不同，则不同的涂色方法种数为(　　)



A.24　　B.48　　C.72　　D.96

4．已知两条异面直线 a，b 上分别有 5 个点和 8 个点，则这 13 个点可以确定不同的平面个数为(　　)

A.40　　B.16　　C.13　　D.10

5．用数字 0,1,2,3,4,5 组成没有重复数字的五位数，其中比 40 000 大的偶数共有(　　)

A.144 个　　B.120 个　　C.96 个　　D.72 个

6. 用 0、1、2、3、4 组成没有重复数字的 5 位数，其中奇数共有（　　）

A．60 个　　B．48 个　　C．36 个　　D．24 个

二、填空题：

7.在所有的两位数中，个位数字大于十位数字的两位数的个数为________.

8.若椭圆 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1$ 的焦点在 y 轴上，且 $m\in\{1,2,3,4,5\}$，$n\in\{1,2,3,4,5,6,7\}$，则这样的椭圆的个数为________.

9.有 6 名同学报名参加三个智力项目，每项限报一人，且每人至多参加一项，则共有________种不同的报名方法.

10. (2005.17)用 5 个彼此不等的实数，排成数列 a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，要求 $a_1<a_2<a_3$

且 $a_3>a_4>a_5$，则满足要求的不同数列最多有________个.

三、解答题：

11．已知集合 $M=\{-3，-2，-1，0，1，2\}$，若 a，b，$c\in M$，则：

(1)$y=ax^2+bx+c$ 可以表示多少个不同的二次函数；

(2)$y=ax^2+bx+c$ 可以表示多少个图象开口向上的二次函数.

12．设集合 $M=\{-3，-2，-1,0,1,2\}$，$P(a，b)$是坐标平面上的点，a，$b\in M$.

(1)P 可以表示多少个平面上的不同的点？

(2)P 可以表示多少个第二象限内的点？

(3)P 可以表示多少个不在直线 $y=x$ 上的点？

第二节　排列与组合

一、选择题：

1．将字母 a，a，b，b，c，c 排成三行两列，要求每行的字母互不相同，每列的字母也互不相同，则不同的排列方法共有　(　　)．

A．12 种　　B．18 种　　C．24 种　　D．36 种

2．A、B、C、D、E 五人并排站成一排，如果 B 必须站在 A 的右边(A、B 可以不相邻)，那么不同的排法共有(　　)．

A. 24 种　　B.60 种　　C.90 种　　D.120 种

3．某班新年联欢会原定的 5 个节目已排成节目单，开演前又增加了两个新节目．如果将这两个节目插入原节目单中，那么不同插法的种数为(　　)．

A.42　　B.30　　C.20　　D.12

4. 用 0、1、2、3、4、5 组成没有重复数字的六位数，能被 25 整数的共有（　　）

A. 60 个　　B. 42 个　　C. 30 个　　D. 21 个

5.某公司从 8 名职员中选出 4 人派往甲、乙、丙 3 地出差，其中甲地需去 2 人，另外两地各去 1 人，那么不同的选派方法共有（　　）

A. 105 种　　B. 210　　C. 420 种　　D. 840 种

6.　5 名男生与 1 名女生排成一行，若女生不排头也不排尾，则不同排法的种数为（　）

A. 600　　B. 480　　C. 240　　D. 120

二、填空题：

7．从 0、2、4 中取一个数字，从 1、3、5 中取两个数字，组成无重复数字的三位数，则不同的三位数有________个．

8．安排 5 名歌手的演出顺序时，要求某名歌手不第一个出场，另一名歌手不最后一个出场，不同排法的总数是________(用数字作答)．

9．有 5 名男生和 3 名女生，从中选出 5 人分别担任语文、数学、英语、物理、化学学科的课代表，若某女生必须担任语文课代表，则不同的选法共有________种(用数字作答)。

10．甲、乙、丙 3 人站到共有 7 级的台阶上，若每级台阶最多站 2 人，同一级台阶上的人不区分站的位置，则不同的站法种数是________(用数字作答)。

三、解答题：

11．7 名男生 5 名女生中选取 5 人，分别求符合下列条件的选法总数有多少种。

(1)A，B 必须当选；

(2)A，B 必不当选；

(3)A，B 不全当选；

(4)至少有 2 名女生当选；

(5)选取 3 名男生和 2 名女生分别担任班长、体育委员等 5 种不同的工作，但体育委员必须由男生担任，班长必须由女生担任。

12．有 3 名男生、4 名女生，在下列不同条件下，求不同的排列方法总数.

(1)选 5 人排成一排；

(2)排成前后两排，前排 3 人，后排 4 人；

(3)全体排成一排，甲不站排头也不站排尾；

(4)全体排成一排，女生必须站在一起；

(5)全体排成一排，男生互不相邻.

第三节　二项式定理

一、选择题：

1．在$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$的展开式中，$x$的幂指数是整数的项共有(　　)．

A．3 项　　B．4 项　　C．5 项　　D．6 项

2．已知$\left(x-\dfrac{a}{x}\right)^{8}$展开式中常数项为 1120，其中实数 a 是常数，则展开式中各项系数的和是 (　　)．

A．2^8　　B．3^8　　C．1 或 3^8　　D．1 或 2^8

3．在$\left(2x^2-\dfrac{1}{x}\right)^5$的二项展开式中，$x$ 的系数为 (　　)．

A．10　　B．－10　　C．40　　D．－40

4．若$(x＋3y)^n$展开式中所有项的系数和等于$(7a＋b)^{10}$展开式的二项式系数之和，则 n 的值等于(　　)．

A．15　　B．10　　C．8　　D．5

5. $(x-\dfrac{1}{x})^8$展开式中的常数项为（　　）

A. 70　　B. －70　　C.　56　　D. －56

6．在$x(1＋x)^6$的展开式中含x^3项的系数为(　　)

A．30　　B．20　　C．15　　D．10

二、填空题：

7．$\left(x-\dfrac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$的展开式中含$x^{15}$的项的系数为________(结果用数值表示)．

8．已知$(x－1)(ax＋1)^6$的展开式中含x^2项的系数为 0，则正实数 a＝________.

9．二项式$(\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}})^6$展开式中的常数项是_____________.

10.设 x 是变量，a 为常数，若$(\sqrt[3]{x}+\dfrac{a}{x})^{12}$的展开式中常数项等于 440，则 a 的值为_____________.

三、解答题：

11．已知二项式$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^{n}$的展开式中各项的系数和为 256.

(1)求 n；

(2)求展开式中的常数项。

12．已知$(\sqrt{x}+\frac{1}{2\cdot\sqrt[4]{x}})^{n}$的展开式中，前三项的系数成等差数列.

(1)求 n；

(2)求展开式中的有理项；

第十篇　概率与统计

第一节　随机抽样与随机事件的概率

一、选择题：

1．为了解 1 000 名学生的学习情况，采用系统抽样的方法，从中抽取容量为 40 的样本，则分段的间隔为(　　)

A．50　　B．40　　C．25　　D．20

2．10 件产品中有 3 件次品，从中任取 2 件，可作为随机变量的是(　　).

A．取到次品的件数　　B．取到正品的概率

C．取到产品的件数　　D．取到次品的概率

3．一个人打靶时连续射击两次，事件“至少有一次中靶”的对立事件是(　　)

A．至多有一次中靶　　B．两次都不中靶　　C．只有一次中靶　　D．两次都中靶

4．在一次教师联欢会上，到会的女教师比男教师多 12 人，从到会教师中随机挑选一人表演节目．如果每位教师被选中的概率相等，而且选中男教师的概率为 0.45，那么参加这次联欢会的教师共有(　　　)

A．360 人　　B．240 人　　C．144 人　　D．120 人

5．甲、乙两人下棋，两人下成和棋的概率是$\frac{1}{2}$，甲获胜的概率是$\frac{1}{3}$，则甲不输的概率为(　　)

A.$\frac{5}{6}$　　B.$\frac{2}{5}$　　C.$\frac{1}{6}$　　D.$\frac{1}{3}$

6．甲、乙、丙三名同学站成一排，甲站在中间的概率是(　　)

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

二、填空题：

7．某产品分甲、乙、丙三级，其中乙、丙两级均属次品．若生产中出现乙级品的概率为 0.03，丙级品的概率为 0.01，则对成品抽查一件抽得正品的概率为________.

8．若随机事件 A，B 互斥，A，B 发生的概率均不等于 0，且 $P(A)=2-a$，$P(B)=4a-5$，则实数 a 的取值范围是______________.

9.(联考 2012.13)某企业从甲、乙、丙三地招聘一批员工，其中 39 人招自甲地，91 人招自乙地，余者招自丙地，为了解他们对企业发展的意见和建议，采用分层抽样的方法，从这批员工中抽取 56 人进行调研，如果被抽取的这些人中来自丙地的共有 16 人，那么，这批新招的员工共有______人.

10．一个口袋内装有大小相同的红球，白球和黑球，从中摸出一个球，摸出红球或白球的概率为 0.58，摸出红球或黑球的概率为 0.62，那么摸出红球的概率为________.

三、解答题：

11.经统计，在某储蓄所一个营业窗口等候的人数相应的概率如下：

排队人数	0	1	2	3	4	≥5
概率	0.1	0.16	0.3	0.3	0.1	0.04

求：(1)至多 2 人排队等候的概率；

(2)至少 3 人排队等候的概率．

12.某商场有奖销售中，购满 100 元商品得 1 张奖券，多购多得.1 000 张奖券为一个开奖单位，设特等奖 1 个，一等奖 10 个，二等奖 50 个．设 1 张奖券中特等奖、一等奖、二等奖的事件分别为 A，B，C，求：

(1)$P(A)$，$P(B)$，$P(C)$；

(2)1 张奖券的中奖概率；

(3)1 张奖券不中特等奖且不中一等奖的概率．

第二节　古典概型与几何概型

一、选择题：

1．(联考 2013.10)3 种颜色的卡片各 5 张，从中随机抽取 3 张，则 3 张卡片颜色相同的概率为(　　)

A．$\frac{6}{91}$　　B．$\frac{12}{91}$　　C．$\frac{8}{273}$　　D．$\frac{16}{273}$

2．(联考 2012.7) 9 个人站成一排，从中任选 3 人，则这 3 人中任意 2 人都不相邻的概率为(　　)

A．$\frac{7}{12}$　　B．$\frac{5}{12}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{5}{9}$

3. 从$1,2,\cdots,8,9$这九个数中，任取两个不同的数，其乘积为奇数的概率为(　　)

A．$\frac{5}{9}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{5}{18}$　　D．$\frac{2}{7}$

4．将 4 个球随机放进 3 个空盒，那么每个盒都有球的概率为(　　)

A．$\frac{10}{27}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{5}$

5．从 1,2,3,4,5,6 六个数中任取 2 个数，则取出的两个数不是连续自然数的概率是(　　)

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

6. 现有 5 人参加抽奖活动，每人依次从装有 5 张奖票(其中 3 张为中奖票)的箱子中不放回地随机抽取一张，直到 3 张中奖票都被抽出时活动结束，则活动恰好在第 4 人抽完结束的概率为(　　)

A．$\frac{1}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{2}{5}$

二、填空题：

7．在区间$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$上随机取一个数 x，$\cos x$ 的值介于 0 至$\frac{1}{2}$之间的概率为________.

8．从 5 对夫妻中，选派 4 人参加社会调查，则 4 人中至少有一对夫妻的概率为________.

9．从 1，2，3，4，5 中随机取出二个不同的数，其和为奇数的概率为______.

10．在 30 瓶饮料中，有 3 瓶已过了保质期．从这 30 瓶饮料中任取 2 瓶，则至少取到 1 瓶已过保质期饮料的概率为________(结果用最简分数表示).

三、解答题：

11．对某种产品的抽检规则如下：从每批 10 件产品中随机抽取 2 件，逐一检查，如果未发现次品，则该产品抽检通过，现有一批 10 件产品，

(1)若其中有 1 件次品，求该批产品通过抽检的概率；

(2)若该批产品通过抽检的概率为 $\frac{1}{3}$，其中次品有几件？

12. 袋中有大小相同的红球和白球若干个，其中红、白球的个数的比为 $4:3$，假设从袋中任取 2 个球，得到的都是红球的概率为 $\frac{4}{13}$.

(1)试问：袋中的红、白球各有多少个？

(2)现从袋中逐次取球，每次从袋中任取 1 个球，若取到白球，则停止取球，若取到红球，则继续下一次取球，试求：取球不超过 3 次便停止的概率。

第三节　条件概率与离散型随机变量的概率分布列

一、选择题：

1．已知随机变量 X 的分布列为 $P(x=i)=\dfrac{i}{m}$，$(1\le i\le 5, i\in N^{+})$则 m 的值为(　　)

A.10　　B.12　　C.15　　D.20

2．从标有 1～10 的 10 支竹签中任取 2 支，设所得 2 支竹签上的数字之和为 X，那么随机变量 X 可能取得的值有(　　)

A．17 个　　B．18 个　　C．19 个　　D．20 个

3．投掷一枚均匀硬币和一枚均匀骰子各一次，记“硬币正面向上”为事件 A，“骰子向上的点数是 3”为事件 B，则事件 A，B 中至少有一件发生的概率是(　　)

A．$\dfrac{5}{12}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{7}{12}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

4．甲、乙两人同时报考某一所大学，甲被录取的概率为 0.6，乙被录取的概率为 0.7，两人是否被录取互不影响，则其中至少有一人被录取的概率为(　　)

A．0.12　　B．0.88　　C．0.46　　D．0.42

5．已知离散型随机变量 X 的概率分布列如右图，则其方差 $D(X)$等于(　　)

A．1　　B．0.6　　C．2.4　　D．2.44

X	1	3	5
P	0.5	m	0.2

6．小王通过英语听力测试的概率是$\dfrac{1}{3}$，他连续测试 3 次，那么其中恰有 1 次获得通过的概率是(　　).

A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$\dfrac{2}{9}$　　C．$\dfrac{4}{27}$　　D．$\dfrac{2}{27}$

二、填空题：

7．有 10 张卡片，其中 8 张标有数字 2，2 张标有数字 5，从中任意抽出 3 张卡片，设 3 张卡片上的数字之和为 X，则 X 的数学期望是____________.

8.某质检员检验一件产品时，把正品误判为次品的概率为 0.1，把次品误判为正品的概率为 0.05，如果一箱产品中含有 8 件正品，2 件次品，现从中任选 1 件让该质检员检验，那么出现误判的概率为__________.

9．将一枚硬币连掷 5 次，如果出现 k 次正面的概率等于出现 $k+1$ 次正面的概率，那么 $k=$______.

10．某射手射击所得环数ξ的分布列如下，已知ξ的期望 $E(\xi)=8.9$，则 y 的值为________

ξ	7	8	9	10
P	x	0.1	0.3	y

三、解答题：

11.(联考 2014.19)甲、乙、丙各自独立投篮一次.已知乙投中的概率是 $\frac{2}{3}$,甲投中并且丙投中的概率是 $\frac{3}{8}$,乙投不中并且丙投不中的概率是 $\frac{1}{6}$

(1)求甲投中的概率；

(2)求甲、乙、丙3 人中恰有2 人投中的概率.

12．袋中有 20 个大小相同的球，其中记上 0 号的有 10 个，记上 n 号的有 n 个(n＝1,2,3,4)．现从袋中任取一球，X 表示所取球的标号．

(1)求 X 的分布列、期望和方差；

(2)若 $\eta＝aX＋b$，$E(\eta)＝1$，$D(\eta)＝11$，试求 a，b 的值．

第四节 四种典型的概率分布

一、选择题：

1．从装有 3 个白球，4 个红球的箱子中，随机取出 3 个球，则恰好是 2 个白球，1 个红球的概率是(　　)

A. $\frac{4}{35}$　　B. $\frac{6}{35}$　　C. $\frac{12}{35}$　　D. $\frac{36}{343}$

2．已知 $X \sim B\left(n,\frac{1}{2}\right)$，$Y \sim B\left(n,\frac{1}{3}\right)$，且 $E(X)=15$，则 $E(Y)$等于(　　)

A．5　　B．10　　C．15　　D．20

3.(联考 2015.12)有 5 本数学书、3 本文学书和 4 本音乐书，从这类书中随机抽取 3 本，每类都有 1 本的概率为(　　)

A．$\frac{3}{11}$　　B．$\frac{4}{11}$　　C．$\frac{5}{11}$　　D．$\frac{6}{11}$

4．某种种子每粒发芽的概率都为 0.9，现播种了 1000 粒，对于没有发芽的种子，每粒需再补种 2 粒，补种的种子数记为 X，则 X 的数学期望为(　　)

A．100　　B．400　　C．300　　D．200

5．一盒中有 12 个乒乓球，其中 9 个新的，3 个旧的，从盒中任取 3 个球来用，用完后装回盒中，此时盒中旧球个数 X 是一个随机变量，则 $P(X=4)$的值为(　　).

A．$\frac{27}{220}$　　B．$\frac{27}{55}$　　C．$\frac{1}{220}$　　D．$\frac{21}{25}$

6．已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，且 $P(2\le X\le 4)=0.6826$，则 $P(X>4)=$(　　)

A．0.1588　　B．0.1587　　C．0.1586　　D．0.1585

二、填空题：

7．设随机变量 $X\sim B(2，p)$，随机变量 $Y\sim B(3，p)$，若 $P(X\ge 1)=\frac{5}{9}$，则 $P(Y\ge 1)=$________.

8．有一批产品，其中有 12 件正品和 4 件次品，从中任取 3 件，若 X 表示取到次品的件数，则 X 的数学期望 $E(X)=$________.

9．袋中有 4 只红球 3 只黑球，从袋中任取 4 只球，取到 1 只红球得 1 分，取到 1 只黑球得 3 分，设得分为随机变量ξ，则 $P(\xi\le 6)=$________.

10．在某项测量中，测量结果ξ服从正态分布 $N(4，\sigma^2)(\sigma>0)$，若ξ在(0,4)内取值的概率为 0.4，则ξ在(0，$+\infty$)内取值的概率为____________.

三、解答题：

11.某气象站天气预报的准确率为80%，计算(结果保留到小数点后第2位).

(1) 5次预报中恰有2次准确的概率；

(2) 5次预报中至少有2次准确的概率；

(3) 5次预报中恰有2次准确，且其中第3次预报准确的概率.

12.已知2件次品和3件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出2件次品或者检测出3件正品时检测结束.

(1)求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

(2)已知每检测一件产品需要费用100元，设X表示直到检测出2件次品或者检测出3件正品时所需要的检测费用(单位：元)，求X的分布列.